HOCHSCHULE RUHR WEST
UNIVERSITY OF APPLIED SCIENCES

Fakultät für Elektrotechnik

Masterarbeit

Zum Thema:

Modellierung und Validierung der Beziehung zwischen elektrischen und mechanischen Parametern bürstenbehafteter Gleichstrommotoren

Vorgelegt von: Yu Luo

Matrikelnummer: 10006673

Studiengang: Systemtechnik

Mülheim an der Ruhr

Datum der Abgabe: 04.03.2025

Betreuer: Prof. Dr. Christoph Dörlemann

Prof. Dr. Hartmut Paschen

Hochschule Ruhr West

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit mit dem Titel

Modellierung und Validierung der Beziehung zwischen elektrischen und mechanischen Parametern bürstenbehafteter Gleichstrommotoren

selbständig angefertigt, nicht anderweitig zu Prüfungszwecken vorlegt, keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel benutzt und wörtliche sowie sinngemäße Zitate als solche gekennzeichnet habe.

Mülheim an der Ruhr, 04.03.2025

Yu Luo

Unterschrift:

Kurzfassung

Die Simulation und Analyse eines Systems durch die Erstellung mathematischer Modelle ist eine effiziente, präzise und kostensparende Methode. Der Kern dieser Arbeit besteht darin, die Beziehung zwischen den elektrischen und mechanischen Parametern eines kleinen Elektro-motors durch eine Kombination aus Modellierung und praktischer Messung zu untersuchen. Das Ziel ist es, die Eigenschaften des Bürstenbehafteten Gleichstrommotors in der Praxis zu beobachten und theoretische Ableitungen durch eine große Menge an Testdaten zu verifizieren. Unter Anwendung von Regelungstechnik, Messtechnik und Sensortechnologie werden geeignete Messmethoden ausgewählt und entsprechende Messwerkzeuge entwickelt. Die experimentellen Ergebnisse werden zusammengefasst, um eine Grundlage für die weitere Entwicklung und Qualitäts-prüfung des Motors zu schaffen.

Abstract

Simulating and analyzing a system by building mathematical models is an efficient, accurate, and cost-effective approach. The core of this work is to study the relationship between the electrical and mechanical parameters of a brushed DC motor through a combination of modeling and practical measurement. The goal is to observe the motor’s characteristics in practice and verify theoretical derivations through a large amount of test data. By applying control technology, measurement techniques, and sensor technology, appropriate measurement methods are selected, and corresponding measurement tools are developed. The experimental results are summarized to lay a foundation for the further development and quality inspection of the motor.

Inhalt

1 Einleitung 1
1.1 Aufgabenstellung und Zielsetzung 1
1.2 Aufbau und Arbeit 2
2 Wissensaufbereitung für die Praxis 4
2.1 Aufbau des Motors 4
2.2 Funktionsweise des Motors 4
2.3 Allgemeine Motorgleichungen 5
2.4 Magnetisch Fluss 7
2.5 Kontaktwiderstand 10
2.7 Elektrischer Funke 13
3 Stand der Technik 14
3.1 Optisch Sensor 15
3.1.1 Photowiderstand 15
3.1.2 Lichtschranksensor 16
3.2 Messungsmethode für Drehmoment 18
3.2.1 Drehmomentsensor 18
3.2.2 Hebelmethode 19
3.3 3D Drucker 21
3.4 Modellierung 22
4 Modellbildung und Simulation 24
4.1 Zustandsraummodell 24
4.2 Netzwerkmodell 25
4.3 Dynamisch Modell im Laplace Bereich 26
4.4 Modell für Motor-Blockierungsstatus 31
5 Validierung und experimentelle Ergebnisse 34
5.1 Beschreibung der Versuchsanordnung 34
5.1.1 Motor 34
5.1.2 Arduino und Display 35
5.1.3 Federwaage und Stange 36
5.1.4 Andere Messgerät 37

5.1.5 Andere Sachen 37
5.2 Experimentelle Ergebnisse 38
5.2.1 Untersuchung von Funken 38
5.2.2 Validierung des Drehzahlsensorprogramms 40
5.2.3 Ankerwiderstandmessung 42
5.2.4 Beziehung zwischen Spannung und Winkelgeschwindigkeit validieren 44
5.2.5 Beziehung zwischen Strom und Drehmoment validieren 46
5.2.6 Zusammenfassen und Ergänzung 49
6 Diskussion 54
7 Zusammenfassung und Ausblick 59
Literaturverzeichnis 61
Abbildungsverzeichnis 63
Tabelle Verzeichnis 65
Anhang 67

1 Einleitung

Durch kontinuierliche Weiterentwicklung sind Antriebe und Antriebselemente in ihrer Bauform zunehmend kompakter geworden. Das bedeutet, dass heutzutage bei reduziertem Bauteilvolumen eine vergleichsweise hohe Leistungsübertragung möglich ist. Trotz der erheblichen technischen Fortschritte im Laufe der Jahrhunderte muss bei jedem Antrieb stets dessen spezifische Charakteristik berücksichtigt werden (Haberhauer & Kaczmarek, 2014). Bereits die früheren industriellen Revolutionen basierten auf der Nutzung von Antriebssystemen. Auch in der Industrie 4.0 spielt die Antriebstechnik eine entscheidende Rolle, da sie eine Grundvoraussetzung für die Digitalisierung der Produktion darstellt. Gleichstrommotoren haben eine lange Geschichte als bewährte Antriebseinheiten. Das Konzept des Gleichstrommotors wurde bereits im frühen 19. Jahrhundert etabliert, und seither haben Ingenieure diese Motoren kontinuierlich weiterentwickelt und optimiert. Im 21. Jahrhundert finden Gleichstrommotoren in zahlreichen Anwendungsbereichen breite Verwendung, beispielsweise in ferngesteuertem Spielzeug, vibrierenden Zahnbürsten, Kühllüftern zur Temperaturregelung in Kraftfahrzeugen oder Wasserpumpen für die Bewässerung von Ackerland (WIKIPEDIA, 2025). Mit der Weiterentwicklung der Motorentechnik entstanden später bürstenlose Gleichstrommotoren (BLDC-Motoren). Im Vergleich zu traditionellen Gleichstrommotoren bieten sie eine höhere Effizienz und geringere Wartungskosten. Durch den Einsatz von Sensoren anstelle von Bürsten laufen diese Motoren zudem leiser. Allerdings sind sie aufgrund ihrer komplexen Ansteuerung und des höheren Preises nicht in allen Anwendungen wirtschaftlich sinnvoll. Daher bleiben bürstenbehaftete Gleichstrommotoren in vielen Bereichen weiterhin unverzichtbar. Aus pädagogischer Sicht sind die grundlegenden Funktionsprinzipien von Gleichstrommotoren ein fester Bestandteil der meisten technischen Studiengänge. Die Forschung an Gleichstrommotoren ermöglicht es einerseits, das während des Studiums erworbene Wissen zu vertiefen, und andererseits, theoretische Konzepte in praktische Fähigkeiten umzusetzen. In diesem Artikel liegt der Fokus insbesondere auf Permanentmagnet-Gleichstrommotoren (PM-Motoren).

1.1 Aufgabenstellung und Zielsetzung

Die Aufgabe dieses Projekts bestand darin, die Beziehung zwischen elektrischen und mechanischen Parametern bürstenbehafteter Gleichstrommotoren zu modellieren und zu validieren. Dazu wurden experimentelle Messungen durchgeführt und mathematische Modelle entwickelt, die das Verhalten des Motors in verschiedenen Betriebszuständen präzise beschreiben. Zudem wurden verschiedene Einflussfaktoren analysiert, um eine möglichst genaue Abbildung der realen Motorcharakteristik zu gewährleisten. Das erlernte Wissen wird

genutzt, um geeignete Messmethoden auszuwählen und geeignete Messwerkzeuge herzustellen.

Das Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung eines zuverlässigen Modells, das die Wechselwirkungen zwischen elektrischen Größen wie Strom, Spannung und Widerstand sowie mechanischen Parametern wie Drehmoment und Drehzahl detailliert beschreibt. Die Validierung erfolgt durch den Vergleich der modellierten Werte mit experimentellen Messdaten. Das entwickelte Modell soll als Grundlage für die Optimierung und vorausschauende Analyse von Gleichstrommotoren in praktischen Anwendungen dienen.

Der spezifische Ablauf gliedert sich in die folgenden Schritte:

1. Informationen werden gesammelt, um den relevanten Wissensbestand für das Projekt auszubauen.
2. Aktuelle Technologien werden verstanden, um Projektlösungen zu optimieren.
3. Aufbau eines mathematischen Modells des Motors
4. Die Versuchsausrüstung wird vorbereitet, und es wird sich mit der Verwendung der Ausrüstung vertraut gemacht.
5. Durchführung von Experimenten und Darstellung der Ergebnisse
6. Validierung, Datenanalyse und Simulation
7. Zusammenfassung

1.2 Aufbau und Arbeit

Zunächst werden der grundlegende Aufbau und das Prinzip des Permanentmagnet-Gleichstrommotors vorgestellt (2.1, 2.2). Anschließend wurden die motorbezogenen Formeln und Parameter vorgestellt. Der Motor wird in zwei Teile unterteilt: elektrisch und mechanisch, und jeder wird analysiert. Die entsprechenden Erkenntnisse werden im Versuch ergänzt (2.3,2.7).

Kapitel 3 stellt den Status verwandter Studiengänge in Deutschland in den letzten Jahren und die zukünftigen Trends verwandter Experimente vor. Die vorhandenen Messmethoden werden analysiert und verglichen, um die Auswahl der Sensoren und Messwerkzeuge zu optimieren.

Im vierten Kapitel wurden das grundlegende mathematische Modell des Motors, das Netzwerkmodell, das dynamische Modell sowie das dynamische Modell des Motors im

statischen Zustand erstellt. Zudem wurde eine Simulation in der Software MADLAB durchgeführt und mit Hilfe von steuerungstechnischem Fachwissen erläutert.

Kapitel 5 befasst sich hauptsächlich mit dem Beweisprozess, einschließlich der Einführung der Messausrüstung, der Zusammenfassung der Messergebnisse, Datenanalyse und der Überprüfung mithilfe mathematischer Modelle.

In Kapitel 6 werden die experimentellen Ergebnisse und einzelne experimentelle Phänomene zusammengefasst.

Das letzte Kapitel fasst den gesamten Versuchsprozess zusammen und geht auf Verbesserungsbereiche ein.

2 Wissensaufbereitung für die Praxis

2.1 Aufbau des Motors

Permanentmagnetisch erregte Gleichstrommotoren werden in den unterschiedlichsten Formen hergestellt. Das folgende schematische Diagramm des Motors entspricht der Struktur des Motors Nr. 13, der später im Experiment verwendet wird. Diese enthalten ein Zylindrisches Gehäuse mit einer geraden Anzahl von Magneten (ein Polpaaren) , die an der Innenwand befestigt sind. Sie sind in Segmentform mit zylindrischen Innen- und Außenflächen sowie ebenen Stirnflächen ausgebildet und haben bei der Herstellung eine radiale Vorzugsrichtung der Magnetisierung erhalten (J.Koch, 1986), wie in Abbildung 1 darstellt.

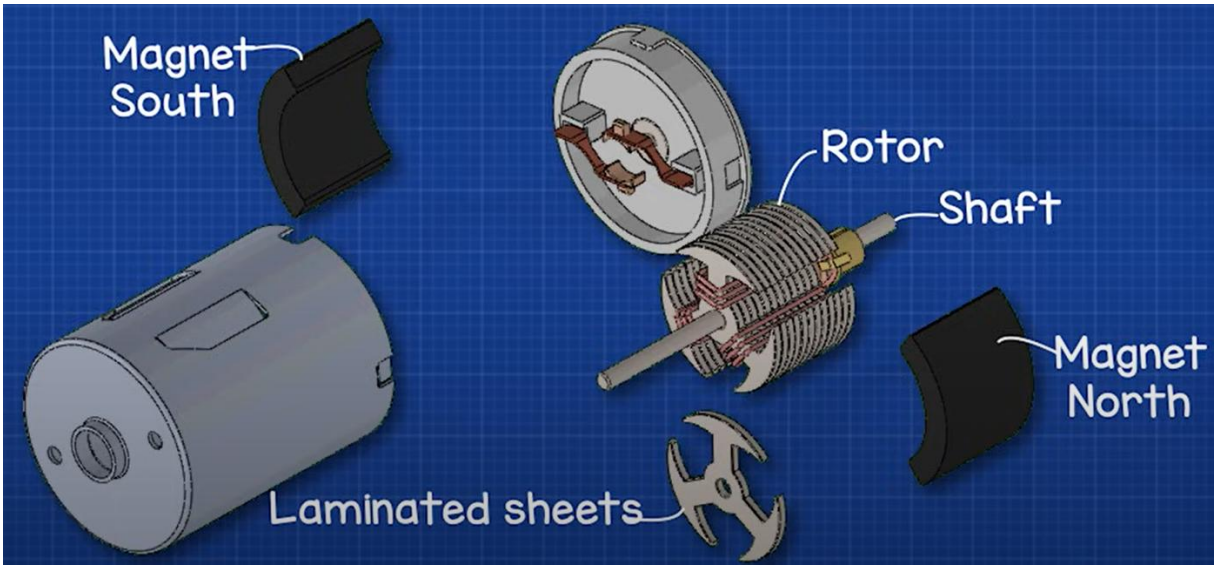


Abbildung 1 Gleichstrommotor (YouTube, 2025)

Der Anker ist lamelliert und mit Nuten versehen, in denen die Wicklungsdrähte parallel zu Achse liegen (J.Koch, 1986). Die Kohlebürsten schleifen am Kommutator. Sie sind mit einer Stromquelle verbunden und versorgen den Kollektor mit Strom. Der Kollektor ist ein Ring, der an drei Stellen unterbrochen ist. Außerdem ist an dem Segment die Spule angeschlossen, die den Rotor umwickelt (Studyflix, 2025).

2.2 Funktionsweise des Motors

Die grundlegende Bauweise umfasst einen feststehenden Satz von Magneten im Stator sowie eine Drahtspule, durch die elektrischer Strom fließt. Dadurch entsteht ein elektromagnetisches Feld, das sich durch den Spulenkern erstreckt. Zur Fokussierung dieses Magnetfeldes sind eine oder mehrere Wicklungen aus isoliertem Draht um den Kern des Motors gelegt. Die Wicklungen des isolierten Drahtes sind mit einem Kommutator verbunden, der auch als

Kollektor, Stromwender oder Polwender bezeichnet wird. Über diesen wird elektrischer Strom zugeführt, wodurch die Ankerspulen abwechselnd erregt werden, was eine konstante Drehkraft (Drehmoment) bewirkt. Durch das wiederholte Ein- und Ausschalten der Spulen entsteht ein wechselndes Magnetfeld, das mit den stationären Feldmagneten im Stator interagiert. Diese Wechselwirkung erzeugt ein Drehmoment, das den Rotor in Bewegung versetzt. Auf diese Weise wandelt der Gleichstrommotor elektrische Energie aus dem Gleichstrom in mechanische Energie um, die in Form einer Drehbewegung genutzt werden kann, um verschiedene Objekte anzutreiben (rs, 2025).

2.3 Allgemeine Motorgleichungen

Wenn sich ein gerader Draht mit der Länge l in einem Magnetfeld befindet, das senkrecht zu ihm steht, und ein elektrischer Strom I durch ihn fließt, wirkt eine Kraft auf den Draht. Diese Kraft ist direkt proportional zur Stromstärke, der Flussdichte des Magnetfeldes und der Länge des Drahtes.

$$F = IBl \qquad \textit{Formel 1(2.3.1)}$$

Die Gesamtenergie P_e, die der Motor nach dem Einschalten erzeugt, ist das Produkt aus Klemmenspannung U_K und Strom I.

$$P_e = U_K I \qquad \textit{Formel 2(2.3.2)}$$

Aber nicht alle elektrische Leistung kann in mechanische Leistung umgewandelt werden. Denn der durch Induktivität und Widerstand verursachte Energieverlust mindert die Effizienz.

$$\eta_e = \frac{P_m}{P_e} \qquad \textit{Formel 3(2.3.3)}$$

Da es einen Spannungsabfall an den Bürsten und am Anker gibt. Dieser Wirkungsgrad liegt bei Kleinen Motoren in einem weiten Bereich (zwischen 20 und 90%). Er ist vom Aufbau und der Geschwindigkeit des Motors abhängig (J.Koch, 1986). Der Ersatzschaltkreis des Motors ist eine Reihenschaltung aus Induktivität U_L, Widerstand R_{ges} und induziert Spannung U_i. Induktivität tritt nur auf, wenn sich der Strom im Stromkreis ändert. Der äquivalente Widerstand setzt sich aus mehreren Komponenten zusammen. Der äquivalente Widerstand ist die Summe aus Ankerwiderstand R_A, Bürstenwiderstand $R_B$und KontaktwiderstandR_K.

$$R_{ges} = R_A + R_B + R_K \qquad \textit{Formel 4(2.3.4)}$$

Die induzierte Spannung in den Elektromotoren heißt gegen elektromotorische Kraft. Die Abkürzung ist Gegen-EMK.

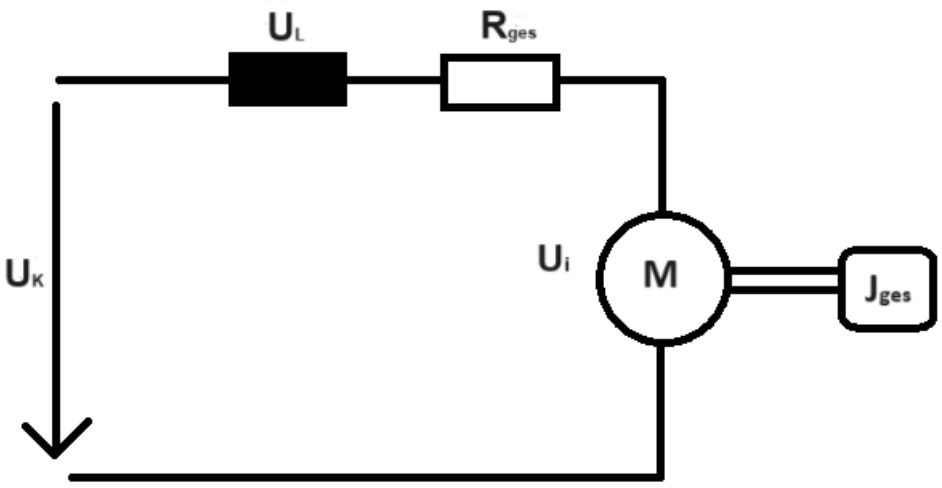


Abbildung 2 Ersatzschaltbild des Motors für elektrisch Teil

Die Klemmenspannung ist nach Maschenregel die Summe aus Spannung an der Spule U_L, Gesamtwiderstands-spannung R_{ges}und induzierte Spannung U_i, wie in Bild 2 darstellt.

$$U_K = L\frac{di}{dt} + IR_{ges} + U_i \qquad \textit{Formel 5(2.3.5)}$$

Die vom Motor geleistete Nutzarbeit, also die in mechanische Energie umgewandelte Leistung, ist die von der gegen elektromotorische Kraft geleistete Arbeit.

$$P_m = P_e - U_L - IR_{ges} = U_i I \qquad \textit{Formel 6(2.3.6)}$$

Die mechanische Leistung in den Elektromotor kann auch so ausdrücken. Die ist das Produkt aus Drehmoment $M_m$und Winkelgeschwindigkeit ω.

$$P_m = M_m \cdot \omega \qquad \textit{Formel 7(2.3.7)}$$

Das effektive mechanische Drehmoment ist die aus elektrischer Energie umgewandelte mechanische Energie abzüglich des Reibungsdrehmoments und des Widerstands-drehmoments.

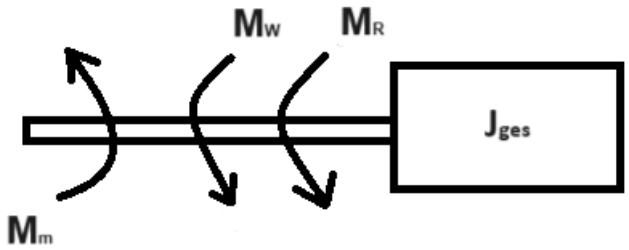


Abbildung 3 Ersatzschaltbild des Motors für mechanisch Teil

$$J_{ges}\frac{d\omega}{dt} = M_m - M_w - M_R \qquad \textit{Formel 8(2.3.8)}$$

Dann gibt es aus der Abbildung 3 noch die wichtigen Formeln (2.3.8), die elektrische Energie mit mechanischer Energie in Beziehung setzen. Dies ist die Formel (2.3.9&2.3.10), die in diesem Projekt bewiesen werden soll.

$$U_i = k\phi\omega \qquad \textit{Formel 9(2.3.9)}$$

$$M_m = k\phi I \qquad \textit{Formel 10(2.3.10)}$$

Die Spannung ist proportional zur Winkelgeschwindigkeit des Motors und das Motordrehmoment ist proportional zum Strom im Motor. Die Spannung ist hier nicht die Klemmenspannung, sondern die gegen elektromotorische Kraft des Motors. Die Einheit von Winkelgeschwindigkeit ω ist Rad/s, in viele Literatur wird hier Drehzahl n in min^{-1}. Der Unterschied zwischen beiden beträgt etwa das Zehnfache.

$$k = \frac{p}{a}z \qquad \textit{Formel 11(2.3.11)}$$

Wo p die Anzahl der Polpaare, 2a die Anzahl der Ankerstromzweige (gleich der Anzahl der Bürsten), z die Anzahl der Ankerdrähte und ϕ den aus einem Pol in den Anker tretenden Fluß bedeutet (J.Koch, 1986). Der k-Wert wird vom Hersteller bei der Produktion des Motors festgelegt. Warum der Magnetisch Fluss ϕ bei Permanentmagnetmotoren nahezu konstant ist, wird im nächsten Kapitel ausführlich erläutert. Dies ist auch der Unterschied zwischen Permanentmagnetmotoren und anderen Gleichstrommotoren. Deshalb ist der Parameter $k\phi$ für Gleichstrommotor mit Permanentmagnet ändert bei Betrieb fast nicht.

$$\omega = 2\pi n \qquad \textit{Formel 12(2.3.12)}$$

Mit Sensoren kann die Drehzahl direkt gemessen werden, statt der Winkelgeschwindigkeit. Die Messergebnisse müssen also umgerechnet werden.

2.4 Magnetisch Fluss

Dieses Kapitel ist eine Ergänzung zu Kapitel 2.3, um zu erklären, warum magnetisch Fluss ϕ fast eine Konstante ist. Dies dient auch einer besseren Erläuterung des folgenden Beweises im Praktikum.

Der magnetische Fluß tritt aus dem Magneten in den Rückschluß ein und teilt sich, so daß jeweils der halb Fluß zu beiden Seiten bis zum nächsten Pol im Rückschluß verläuft. Der erforderliche Querschnitt ergibt sich aus (J.Koch, 1986).

$$A \cdot B = \frac{\phi}{2p} \qquad \textit{Formel 13(2.5.1)}$$

ϕ ist Gesamtfluss, p ist Anzahl der Polpaare, A ist der Querschnittfläche und B ist Flussdicht der Rückschluss.

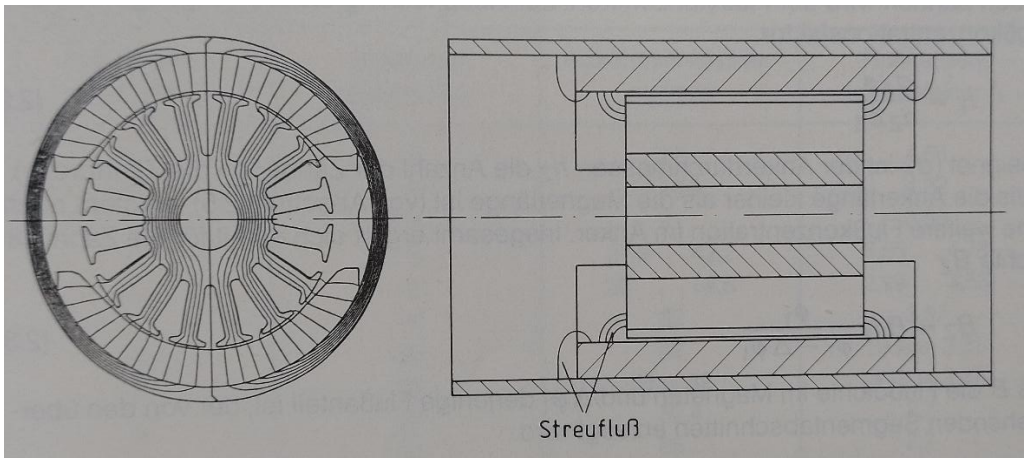


Abbildung 4 Fluss verlauf in Gleichstrommoren (J.Koch, 1986)

Das Bild 4 zeigt einen Gleichstrom-Permanentmagnetmotor mit einem 16-Segment-Rotor. Die Verteilung der elektrischen Feldliniendichte und die Schleife des magnetischen Drahtes sind deutlich zu erkennen. Die gesamten Feldlinien beginnt beim Magneten, verläuft durch den Stator zum anderen Pol und kehrt dann durch das Motorgehäuse zum ursprünglichen Pol zurück. Die Querschnittsfläche A ist fest. p ist auch bekannt. Es gibt acht Faktoren, die kann Magnetisch Flussdicht B beeinflussen. Als nächstes werden die Faktoren aufgelistet, die die elektrische Feldliniendichte in Gleichstrommotoren beeinflussen, und die Invarianz der elektrischen Feldliniendichte in Permanentmagnet-Gleichstrommotoren wird vergleichend erläutert.

1. Materialeigenschaften des Magneten

Die Art des verwendeten Magnetmaterials bestimmt die maximale Flussdichte. Hochwertige Permanentmagnete (z. B. Neodym, Samarium-Kobalt) erzeugen stärkere Magnetfelder als Ferritmagnete.

2. Stromstärke in der Spule (bei Elektromagneten)

Bei Elektromagneten hängt die Flussdichte von der Stromstärke I ab. Nach der Formel

$$B = \mu \cdot \frac{NI}{l} \qquad \textit{Formel 14(2.5.2)}$$

erhöht eine größere Stromstärke die Flussdichte. (mit Permeabilität μ, Windungszahl$N$, Länge l)

3. Windungszahl der Spule

Mehr Windungen in einer Spule verstärken das erzeugte Magnetfeld, da $B \propto N$.

4. Magnetische Permeabilität des Kerns

Die Fähigkeit eines Materials, Magnetfelder zu leiten, beeinflusst die Flussdichte. Eisen oder weichmagnetische Materialien haben eine hohe Permeabilität und verstärken das Magnetfeld.

5. Luftspalt in einem magnetischen Kreis

Ein größerer Luftspalt zwischen Magnet und ferromagnetischem Material verringert die Flussdichte, da Luft eine geringe magnetische Permeabilität hat.

6. Temperatur

Höhere Temperaturen können Permanentmagnete entmagnetisieren und die Flussdichte verringern. Bei Elektromagneten kann ein Temperaturanstieg den elektrischen Widerstand erhöhen und den Stromfluss begrenzen, was indirekt die Flussdichte beeinflusst.

7. Sättigungseffekte

In ferromagnetischen Materialien gibt es eine Sättigungsgrenze. Wenn das Material magnetisch gesättigt ist, führt eine weitere Erhöhung des Stroms oder der Windungszahl nicht mehr zu einer nennenswerten Erhöhung der Flussdichte.

8. Äußere Magnetfelder

Starke äußere Magnetfelder können die Flussdichte beeinflussen, indem sie den ursprünglichen Magnetfluss verstärken oder schwächen.

Wenn die oben genannten acht Faktoren mit den Eigenschaften von permanent magnetisch Gleichstrommotoren verglichen werden, kann der Grund dafür gefunden werden, warum die elektromagnetische Dichte nahezu unverändert bleibt.

1. Materialeigenschaften des Magneten

Permanentmagnete (z. B. Neodym oder Ferrit) haben eine festgelegte Magnetisierung und erzeugen ein stabiles Magnetfeld. Da keine externe Stromzufuhr für das Magnetfeld notwendig ist, bleibt die Flussdichte weitgehend konstant.

2. Stromstärke in der Spule (Rotorwicklung)

Der Magnetfluss wird von den Permanentmagneten erzeugt und nicht von einem Elektromagneten im Stator. Veränderungen im Rotorstrom beeinflussen nur das Drehmoment, nicht den Grundfluss der Permanentmagnete.

3. Windungszahl der Spule

Die Wicklungszahl beeinflusst die induzierte Spannung und das Drehmoment, aber nicht den permanenten Magnetfluss im Stator.

4. Magnetische Permeabilität des Kerns

Das Statorgehäuse und der Magnetkern sind so ausgelegt, dass sie eine konstante magnetische Leitfähigkeit haben. Dadurch wird der Magnetfluss der Permanentmagnete nicht beeinflusst.

5. Luftspalt in einem magnetischen Kreis

Der Luftspalt zwischen Rotor und Stator ist konstruktiv festgelegt und bleibt während des Betriebs unverändert. Da sich der Rotor gleichmäßig dreht, bleibt die Flussdichte ebenfalls stabil.

6. Temperatur

Innerhalb des normalen Betriebsbereichs bleibt die Magnetisierung der Permanentmagnete stabil. Erst bei sehr hohen Temperaturen (>100–150°C bei Neodym-Magneten) würde eine leichte Entmagnetisierung auftreten, aber unter normalen Bedingungen ist der Effekt gering.

7. Sättigungseffekte

Die Magnetisierung der Permanentmagnete erreicht bereits vor der Montage ihre maximale Sättigung. Während des Betriebs tritt keine weitere Sättigung oder Veränderung auf.

8. Äußere Magnetfelder

Solange keine extrem starken äußeren Magnetfelder vorhanden sind, bleibt die Magnetflussdichte konstant. Störungen durch benachbarte Motoren oder Magnetfelder sind in den meisten Anwendungen vernachlässigbar.

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass die magnetische Flussdichte B sich bei Permanentmagnetmotoren nicht leicht ändert. Daher kann in diesem Experiment die Änderung des Motorkoeffizienten $k\phi$ unter meisten Messumgebungen vernachlässigt werden. Der Koeffizient $k\phi$ bei Permanentmagnet-Gleichstrommotoren ist nahezu eine Konstante.

2.5 Kontaktwiderstand

Der Kontaktwiderstand ist ein Faktor, der bei der Messung des Innenwiderstands eines Motors nicht vernachlässigt werden kann. In diesem Abschnitt wird zunächst eine theoretische

Analyse durchgeführt, die anschließend anhand praktischer Beispiele im Diskussionsbereich untersucht wird.

Der Kontaktwiderstand tritt an der Berührungsstelle zweier leitfähiger Materialien auf. Im Inneren des Motors befindet sich dieser Widerstand an der Kontaktstelle zwischen der Bürste und dem Kommutator. Daher ergibt sich der Innenwiderstand des Motors nicht einfach als Summe des Wicklungswiderstands und des Bürstenwiderstands. Aufgrund der instabilen Eigenschaften des Motors nimmt der Messfehler mit zunehmender Nutzung weiter zu.

Auch bei der Messung des Innenwiderstands im äußeren Bereich des Motors, beispielsweise mit einem Multimeter, entstehen Kontaktwiderstände – insbesondere zwischen den Messspitzen des Multimeters und den Anschlussklemmen des Motors. Viele Faktoren beeinflussen den Kontaktwiderstand, sodass selbst wiederholte Messungen an derselben Stelle unterschiedliche Ergebnisse liefern können.

Da Oberflächen von Festkörpern im physikalischen Sinne stets rau sind, d. h. eine Anhäufung von Spitzen und Tälern enthalten, beschränkt sich die gegenseitige Berührung der Kontaktstücke auf mikroskopisch kleine Berührungsflächen. Weiterhin ist davon auszugehen, dass metallische Oberflächen, ausgenommen bei einigen Edelmetallen, in normaler Umgebungsatmosphäre teilweise oder vollständig von mehr oder weniger dicken Fremdschichten, z. B. Oxiden, Sulfiden oder organischen Belägen, bedeckt sind (Vinaricky, 2016).

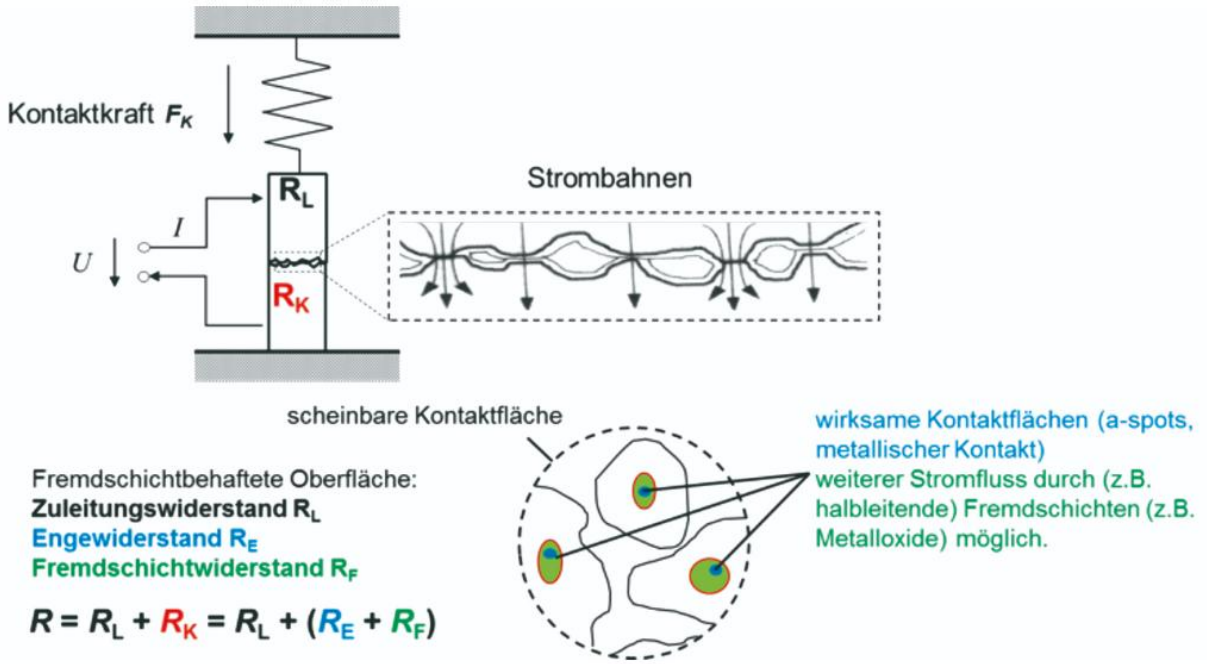


Abbildung 5 Schematische Darstellung der Kontaktfläche und Prinzip der Kontaktwiderstands-messung (WOTECH, 2025)

Solange sie nicht von isolierenden Schichten bedeckt sind, ermöglichen die metallischen Kontaktflächen den Stromfluss. Diese werden als A-Spots bezeichnet, wobei ihre Anzahl und Größe von der Oberflächenrauheit, der Materialfestigkeit und der auf den Kontakt wirkenden Normalkraft abhängen (WOTECH, 2025). Höherer Anpressdruck zwischen den Kontaktflächen vergrößert die effektive Kontaktfläche und reduziert den Widerstand.

Wie in Abbildung 5 darstellt, einen wesentlich größeren Beitrag bezüglich des elektrischen Widerstandes liefert der sog. Engewiderstand RE. Er entsteht bei geschlossenen Kontaktstücken durch die Einschnürung der Stromlinien im Bereich der wirksamen Kontaktfläche. Fremdschichten auf den Oberflächen der Kontaktstücke, die weder mechanisch durch die Wirkung der Kontaktkraft noch elektrisch durch Anlegen einer ausreichend hohen Spannung zerstört werden, stellen bei Stromfluss, sofern sie eine gewisse elektrische Leitfähigkeit aufweisen, einen zusätzlichen Widerstand, den sog. Fremdschichtwiderstand RF, dar. Der Kontaktwiderstand ist eine der wichtigsten Kenngrößen eines elektrischen Kontaktes. Sein Anteil am Gesamtwiderstand eines Stromkreises ist i. d. R. vernachlässigbar gering. Größere Erhöhungen oder starke Schwankungen des Kontaktwiderstandes, z. B. durch Fremdschichten, können jedoch zu erheblichen Störungen und Fehlfunktionen oder gar zum Ausfall eines Gerätes oder einer Anlage führen (Vinaricky, 2016). Dies ist einer der Faktoren, die die Lebensdauer bürstenbehafteter Motoren begrenzen.

Zusammenfassend kann man sagen, dass sich der Kontaktwiderstand in der Praxis in drei Punkten konkret auswirkt:

1. In elektrischen Schaltungen kann ein hoher Kontaktwiderstand zu Spannungsabfällen, Leistungsverlusten und Wärmeentwicklung führen.

2. In Messsystemen kann er die Messergebnisse verfälschen.

3. In Hochstromanwendungen kann ein hoher Kontaktwiderstand zu Überhitzung oder sogar Schäden an den Verbindungen führen.

Beim Messen des Innenwiderstands eines Motors oder der Spannung über einem Widerstand sollte nach Möglichkeit eine Klemme verwendet werden, um eine stabile Verbindung sicherzustellen. Falls der Innenwiderstand eines Motors gemessen werden soll, der über längere Zeit nicht in Betrieb war, empfiehlt es sich, die positiven und negativen Kontaktstellen zunächst mit Schleifpapier zu polieren, um die Oxidschicht zu entfernen.

Bei der Messung des maximalen Drehmoments eines blockierten Motors sollte die Messzeit so kurz wie möglich gehalten werden, um eine Überhitzung oder ein Durchbrennen des Motors zu vermeiden. Zudem sollte die Anzahl der Messungen erhöht werden, um Messfehler zu minimieren.

2.7 Elektrischer Funke

Eine weitere Störung, die an den Kontaktflächen von Leitern auftreten kann, ist die Lichtbogenbildung. Zu den störanfälligen Bauteilen der Schaltgeräte zählen die Kontakte. Die festen und beweglichen Kontaktstückes unterliegen während des Schaltvorganges mehr oder weniger starken Funken- oder Lichtbogenbeansprungen, die Veränderungen auf der Kontaktoberfläche zur Folge haben (Behrends, et al., 2021). Beim Anlaufen des Motors berühren sich die Bürsten und der Kommutator häufig, was als häufig betätigter Schalter angesehen werden kann und Funkenbildung unvermeidlich ist. Elektrische Funken führen zum Verbrennen und Oxidieren der Kontaktfläche. Die entstehenden hohen Temperaturen führen zur Alterung des Isoliermaterials und erzeugen hochfrequente elektromagnetische Wellen, die elektromagnetische Störungen an umliegenden Geräten verursachen. Elektrische Funkenbildung ist ein weiterer Faktor, der die Lebensdauer des Motors verkürzt.

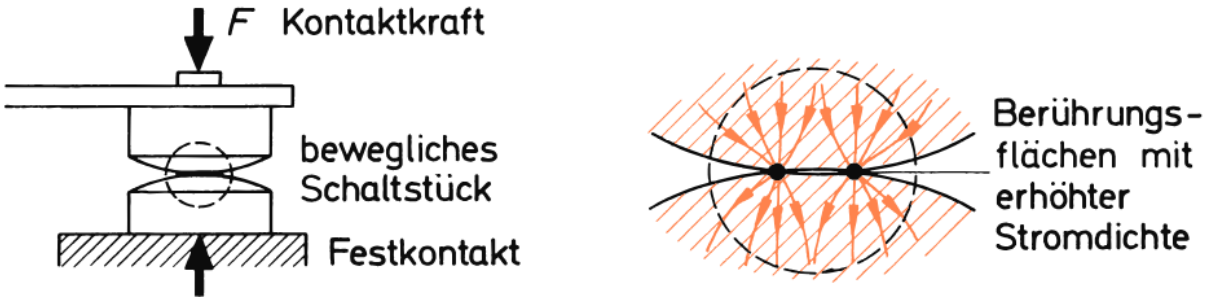


Abbildung 6 Schaltkontakt (Behrends, et al., 2021)

Wie in Abbildung 6 gezeigt, dass die Berührungsflächen nicht plan aufeinander liegen. Der Stromübergang erfolgt, bedingt durch die Oberflächenrauhaut und Unebenheit der Kontakt, nur an wenigen Stellen (Behrends, et al., 2021).

Lichtbögen sollten vorgebeugt und vermieden werden, können aber auch umgekehrt ausgenutzt werden. Mithilfe des Lichtbogens kann überprüft werden, ob der Drehzahlsensor ordnungsgemäß funktioniert. Mithilfe eines Oszilloskops lässt sich der bei laufendem Motor entstehende Lichtbogen beobachten und daraus auf die aktuelle Drehzahl des Motors schließen. Dieses Projekt nutzte diese Eigenschaft, um Drehzahl zu überprüfen.

3 Stand der Technik

Die Elektrotechnik ist eine sehr breite Disziplin, die unter anderem Regelungstechnik, Sensor- und Messtechnik, Sicherheitstechnik usw. umfasst. Die Elektroindustrie verfügt über ein sehr breites Portfolio. 80 Prozent der Branchenerlöse werden mit Industriegütern, 12 Prozent mit Vorleistungsgütern und 8 Prozent mit Gebrauchsgütern erzielt. Etwa 45 Prozent ihres Umsatzes entfallen auf neuartige Produkte und Systeme. Jede dritte Innovation des Verarbeitenden Gewerbes basiert auf Lösungen der Elektroindustrie. Grundlage dieser Innovationskraft sind die hohen Aufwendungen für Forschung und Entwicklung: Im Jahr 2020 investierten die Unternehmen der Elektroindustrie hier insgesamt 19,7 Mrd. Euro. Die amtliche Statistik weist in den Wirtschaftszweigen WZ 26 („Herstellung von Datenverarbeitungsgeräten, elektronischen und optischen Erzeugnissen“) und WZ 27 („Herstellung von elektrischen Ausrüstungen“) insgesamt 3.568 Elektrounternehmen in Deutschland aus. 90 Prozent dieser Unternehmen haben weniger als 500 Beschäftigte, was die mittelständische Prägung der Branche zum Ausdruck bringt. Dabei kommen 17 Prozent aller Hidden Champions in Deutschland aus der Elektroindustrie. Als Innovationsmotor der Industrie gestaltet sie in den fünf Leitmärkten Industrie 4.0, Energie, Mobilität, Gesundheit und Gebäude sowie in den Themen Cybersicherheit, Gesellschaft & Umwelt und Bildung & Forschung den digitalen Wandel aktiv mit. Die Elektroindustrie treibt die Vernetzung voran, in den eigenen Unternehmen, bei Lieferanten, Kunden, aber auch im privaten Umfeld. Die Elektroindustrie ist mit ihren Querschnittstechnologien Treiber für Innovationen sowie technischen – und damit auch gesellschaftlichen – Fortschritt. Exzellente Wettbewerbsfähigkeit und hohe Systemkompetenz zeichnen die Branche aus (Bundesministerium für Wirtschaft und Klimaschutz, 2025). Als Schlüsselbranche trägt sie wesentlich zur Zukunftsfähigkeit Deutschlands bei und prägt das Leben und Miteinander der Menschen.

Wertangaben in Mrd. €	**2020**	**2019**	**2018**	**2017**	**2016**	**2015**	**2014**	**2013**	**2012**
Umsatz	181,9	191	193,5	192	179	178,9	171,8	166,9	170,2
Einfuhr	189,9	197	191,1	182	166,2	161,5	144,6	134,4	138,6
Ausfuhr (inkl. Re-Exporte)	202,7	217	211,9	199,5	182,1	174,1	165,5	157,7	160,1
Beschäftigte	873,000	888.000	890.229	868.000	847.000	848.900	845.107	838.791	841.400

Abbildung 7 Eckdaten der deutschen Elektrotechnik- und Elektronikindustrie (Statistisches Bundesamt & Zentralverband Elektrotechnik- und Elektronikindustrie (ZVEI) e.V., 2025)

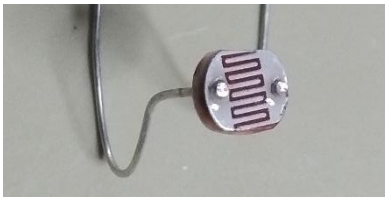
Deutschlandweit zählt die Elektrotechnik- und Elektronikindustrie 873.000 Beschäftigte (2020) und einen Gesamtumsatz von fast 182 Mrd. Euro (2020). Die Branche ist damit zweitgrößter Industriezweig nach Beschäftigten hinter dem Maschinenbau und noch vor der Automobilindustrie, wie in Abbildung 7 zeigt.

Was sind die Trends, die die Branche bewegen? Bei einem sind sich die Unternehmen einig: Kleinmotoren werden intelligent – oder auch Industrie-4.0-tauglich. Als großen Technologietrend beeinflusst Industrie 4.0 im Sinne zunehmender Vernetzung die Entwicklung. Diese Anforderung ist auch immer häufiger bei kleineren Antrieben vorgegeben. Die allgegenwärtige Industrie 4.0 ist für den Bereich Kleinmotoren also bei weitem kein Randthema. Ein Thema aber, das die Hersteller durchaus vor Herausforderungen stellt (Lansen, 2025).

In diesem Projekt wird in vier Schritten nach neuen Durchbrüchen und Entdeckungen gesucht: Erstellen eines Motormodells, Messen motorbezogener Parameter, Verwenden einer Datensimulation sowie Analysieren und Zusammenfassen experimenteller Daten.

3.1 Optisch Sensor

3.1.1 Photowiderstand



Photowiderstände (Bild 8) bestehen meist aus Cadmiumsulfid (CdS) oder anderen Halbleitermaterialien. In Dunkelheit sind nur wenige freie Ladungsträger vorhanden, sodass der Widerstand hoch ist (hochohmig) (Wikipedia, 2025).

Abbildung 8 Photowiderstand

Fotowiderstände sind spezielle Widerstände, die je nach Lichtintensität ihren Widerstandswert verändern können. Es ist klein und einfach zu installieren und zeichnet sich durch schnelle Reaktion und niedrige Kosten aus. Zu Beginn des Projekts wurde überlegt, einen Fotowiderstand als Geschwindigkeitssensor zu verwenden. Der Plan besteht darin, das Lüfterblatt mit der Kerbe mit dem Motor zu montieren, ein starkes Licht über das Lüfterblatt zu richten und einen Fotowiderstand in der Kerbe unter dem Lüfterblatt zu platzieren. Unter Ausnutzung der Tatsache, dass unterschiedliche Lichtintensitäten zu unterschiedlichen Widerstandswerten führen, wird die Anzahl der Widerstandsänderungen erfasst und daraus kann die Rotationsgeschwindigkeit berechnet werden. Hierzu ist ein analoger Signaleingang erforderlich, und die Genauigkeit hängt von der Anzahl der Bits des Analog-Digital-Wandlers (ADC) ab. Analoge Signale werden üblicherweise in Pegel von 0 bis 255 unterteilt. Die weisen eine schlechte Entstörungsfähigkeit auf und werden leicht durch Rauschen gestört, sodass zusätzliche Abschirm- oder Filtergeräte erforderlich sind. Und die Praxis hat bewiesen, dass Fotowiderstände zu empfindlich sind. In der natürlichen Umgebung des Labors müssen

morgens, mittags und abends unterschiedliche Schwellenwerte verwendet werden, um die Genauigkeit der Versuchsergebnisse sicherzustellen.

3.1.2 Lichtschranksensor

Seit Jahrzehnten sind Lichtschranken fester Bestandteil zahlreicher Industrieanlagen. Sie sind unverzichtbar, wenn es darum geht, Objekte zu erkennen oder berührungslos zu erfassen. Ohne ihren Einsatz wären viele Automatisierungsaufgaben nicht umsetzbar.

In den letzten Jahren haben Hersteller innovative Entwicklungen vorangetrieben, wodurch die Funktionssicherheit und der Bedienkomfort erheblich verbessert wurden. Die heutigen, hochentwickelten Lichtschranken weisen nur noch wenig Gemeinsamkeiten mit früheren Modellen auf – abgesehen vom Grundprinzip. Sie sind langlebiger und widerstandsfähiger gegenüber Erschütterungen.

Moderne Lichtschranken verwenden anstelle herkömmlicher Glühlampen ausschließlich Leuchtdioden als optische Sender. Bei besonders hohen Anforderungen an die Strahlbündelung kommen zudem Laserdioden zum Einsatz, entweder im sichtbaren oder im infraroten Spektralbereich. Beide Varianten ermöglichen den Betrieb im Wechsellichtmodus, wodurch das Gesamtsystem weitgehend unempfindlich gegenüber Fremdlicht bleibt. Der Empfänger registriert ausschließlich das Wechsellicht des eigenen Senders (Bernstein, 2024).

In Abbildung 9 Sender und Empfänger richten ihre Strahlung gegenüber aus. Die rotierende Scheibe hat einen lichtdurchlässigen Teil und einen schwarzen, lichtundurchlässigen Teil. Während des Rotationsvorgangs ändert sich der auf den Empfänger einwirkende Lichtstrom periodisch und erzeugt so ein Impulssignal. Die Frequenz des Signals ist proportional zur Geschwindigkeit, sodass die Geschwindigkeit durch Zählen der Anzahl der Impulse pro Zeiteinheit genau gemessen werden kann.

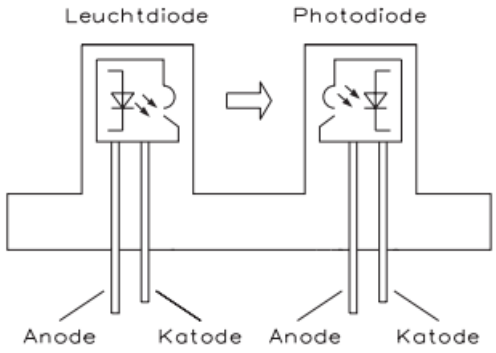


Abbildung 9 Aufbau von transmissiv (Bernstein, 2024)

In Abbildung 10 gibt es eine Scheibe mit einem schwarzen, undurchsichtigen Bereich. Abbildung 11 zeigt einen Lichtschrank. Der Lichtschranksensor verfügt über drei Schnittstellen,

nämlich Spannungseingangsschnittstelle VCC, die Masseschnittstelle GND und die Signalausgangsschnittstelle OUT. Der Ausgangsanschluss gibt ein digitales Signal aus, d. h. 0 oder 1, wobei 0 für niedrige Spannung und 1 für hohe Spannung steht. Digitale Signale haben die Vorteile der Diskretheit, starken Entstörungsfähigkeit und stabilen Übertragung.

Abbildung 10 Scheibe mit Schwarzen Klebeband

Abbildung 11 Lichtschrank

Als Nächstes wird das vom Fotowiderstand erzeugte Signal mit dem vom Lichtschrank-Sensor erzeugten Signal verglichen.

Eigenschaften	Digitales Signal	Analoges Signal
Signalform	0 und 1	kontinuierlich
Entstörungsfest Stark	nicht leicht durch Lärm beeinträchtigt Schwach	leicht durch Störungen beeinträchtigt
Speichermethode	Computerspeicher, leicht zu verarbeiten	Muss in digitalen Signalspeicher umgewandelt werden
Übertragungsmethode	Zuverlässig, fehlerkorrigierbar	Anfällig für Dämpfung und Verzerrung
Verarbeitungsschwierigkeiten	Von Sensor direkt bekommen	Verstärkung und Filterung

Tabelle 1 Analyse für Digital und Analog Signal

Durch den Vergleich der beiden oben genannten Datensätze lässt sich feststellen, dass digitale Signale genauer sind und bei Sensoranwendungen mehr Vorteile bieten. Daher wurde die Entscheidung, einen Fotowiderstand als Geschwindigkeitssensor zu verwenden, endgültig aufgegeben.

3.2 Messungsmethode für Drehmoment

3.2.1 Drehmomentsensor

Die Drehmomentmessverfahren sollen zunächst vorgestellt werden. In der Forschung und Entwicklung kleiner und mittelgroßer Motoren werden häufig DMS-Sensoren zur Messung eingesetzt. DMS ist die Abkürzung von Dehnungsmessstreifen. Dieses Material gehorcht dem Hookeschen Gesetz unter einem bestimmten Grad elastischer Verformung. Die herausragenden Vorteile des Dehnungsmessstreifens liegen in seiner Fähigkeit, Dehnung in ein elektrisches Signal umzuwandeln. Dabei bewirkt die mechanische Dehnung eine Widerstandsänderung im Dehnungsmessstreifen, was eine Veränderung der Ausgangsspannung in der Wheatstoneschen Brückenschaltung zur Folge hat, in der der Streifen integriert ist. Dadurch wird die Messgröße Dehnung in eine einfach weiter verarbeitbare elektrische Größe überführt. (Keil, 2017)

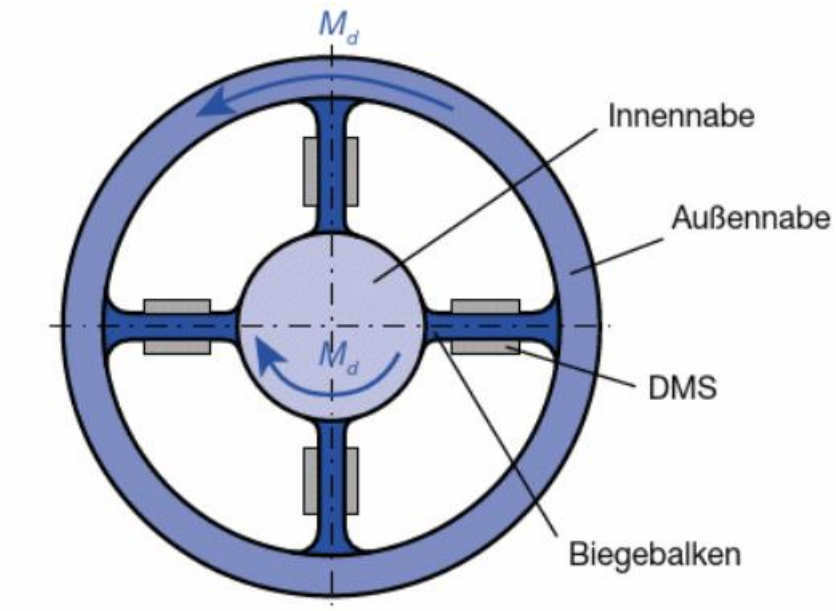


Abbildung 12 Drehmomentnabe (Bechtloff, 2011)

Bild 12 zeigt einen Schnitt durch eine Drehmomentnabe. Die Widerstände werden mittels einer Vollbrücke ausgewertet. Die Zuführung der Versorgungsleitungen und die Abführung der Messsignale von der rotierenden Welle erfolgt über Schleifringe (Bechtloff, 2011).

Die Verwendung eines Dehnungs-Drehmomentsensors erfordert nur vier Schritte.

1. Der Drehmomentsensor wird zwischen der Motorausgangswelle und der Last installiert.

2. Das feste Ende des Sensors ist mit der Halterung verbunden und das rotierende Ende ist mit der Motorwelle verbunden.

3. Der Motor wird betrieben, und die Drehmomentdaten werden vom Sensor abgelesen.

4. Die Spannung des shunt Widerstands des Motors wird mit einem Multimeter gemessen, und der Strom wird dann berechnet.

Heutige Drehmomentsensoren haben folgende Eigenschaften:

1. Hohe Genauigkeit: Drehmomentsensoren liefern präzise Messwerte mit geringer Messungsicherheit.

2. Geeignet für rotierende Systeme: Dehnungssensoren können sowohl das statische Drehmoment als auch das dynamische Drehmoment des Motors messen. Speziell entwickelte Sensoren können das Drehmoment in Echtzeit messen, selbst bei hohen Drehzahlen.

3. Platzsparend: Die Sensoren sind meist kompakt und direkt in die Antriebswelle integrierbar.

4. Erfassung von dynamischen Veränderungen: Ermöglicht die kontinuierliche Aufzeichnung und Analyse von Drehmomentverläufen.

5. Zusätzliche Messgrößen: Viele Drehmomentsensoren erfassen zusätzlich Drehzahl und Leistung.

3.2.2 Hebelmethode

Die Hebelmethode basiert auf dem Prinzip der Drehmomentbestimmung durch eine Kraftmessung an einem Hebelarm. Die Anwendung erfolgt in mehreren Schritten:

1. Ein fester Hebel wird am rotierenden oder stationären Teil des Motors angebracht.

2. Die am Hebel wirkende Kraft F wird mit einer Federwaage gemessen.

3. Das Drehmoment M_m ergibt sich aus der Formel:

$$M_m = F \cdot l \qquad \textit{Formel 15(3.2.2.1)}$$

Die Hebelmethode hat folgende Vorteile:

1. Einfache Umsetzung: Die Methode erfordert keine hochentwickelten Sensoren, sondern nur einen Hebel und eine Kraftmessvorrichtung.

2. Kostengünstig: Da keine spezialisierten Drehmomentsensoren benötigt werden, sind die Anschaffungskosten gering.

3. Geeignet für statische Messungen: Besonders nützlich für Motoren im Stillstand.

Kriterium	Hebelmethode	Drehmomentsensor
Kosten	Gering	Hoch
Genauigkeit	Mittel	Hoch
Messbarkeit bei rotierenden Motoren	Schwierig	Sehr gut
Dynamische Messung	Nicht möglich	Sehr gut
Platzbedarf	Hoch (Hebel nötig)	Gering
Komplexität der Installation	Einfach	Komplexer
Dauerhafte Überwachung	Nicht möglich	Möglich

Tabelle 2 Abwägung von Hebelmethode und Drehmomentsensor

Die obere Tabelle fasst die beiden Messmethoden zusammen und vergleicht sie.

Ein DMS-Sensor ist kostspielig. Insbesondere gilt: Je höher die Messgenauigkeit, desto kleiner das erfassbare Mindestdrehmoment und desto teurer der Sensor. Marktanalysen haben ergeben, dass der günstigste Sensor, der zur Drehmomentmessung eines kleinen Motors geeignet ist, über 800 Euro kostet. Obwohl eine hohe Präzision die Genauigkeit der Messergebnisse verbessert, stellt der hohe Preis für einfache Experimente eine ineffiziente Nutzung von Ressourcen dar. Zusätzlich erfordert ein Drehmomentsensor ausreichend Platz für die Installation, eine Einarbeitungszeit für die Bedienung sowie regelmäßige Wartung und Kalibrierung.

Die Hebelmethode ist hingegen kostengünstiger und einfacher in der Handhabung, geht jedoch zulasten der Messgenauigkeit. Ein wesentlicher Nachteil gegenüber der Drehmomentsensor-Messmethode besteht darin, dass dynamische Parameter des Motors nicht erfasst werden können. Allerdings entsprechen die gemessenen Werte selbst bei blockiertem Motor weiterhin der Umwandlungsbeziehung zwischen mechanischer und elektrischer Energie, sodass theoretische Ergebnisse dennoch ableitbar sind. Daher wurde im Rahmen dieses Projekts die Hebelmethode zur Berechnung des Motordrehmoments gewählt.

Bei der Hebelmethode muss neben den Fehlern des Instruments selbst auch auf die Fehler des menschlichen Auges geachtet werden. Beispielsweise muss der Motor waagerecht auf der Werkbank befestigt werden. Die Feder sollte vertikal in derselben Ebene wie die Stange gehalten werden. Beim Ablesen der Federskala sollten Skalenstriche und Augen auf einer Ebene liegen. Jeder Fehler in den obigen Schritten führt zu Fehlern in den Versuchsergebnissen. Bei der Messung muss unbedingt auf die Lage des Rotors geachtet werden, da es sein kann, dass sich der Rotor an einer Stelle befindet, an der keine Krafteinwirkung erfolgt. Beim Messen des maximalen Drehmoments des Motors darf der Motor nicht zu lange blockiert werden. Selbst mit dem Schutz des Vorwiderstands kann es im Hochtemperaturzustand immer noch zum Durchbrennen kommen. Die passende Blockiert Zeit beträgt fünf bis zehn Sekunden. Wenn das Motorgehäuse heiß wird, brechen Sie die Messung sofort ab und warten Sie, bis es abgekühlt ist, bevor Sie die Messung wiederholen. Wenn der Motor raucht, ist er verbrannt.

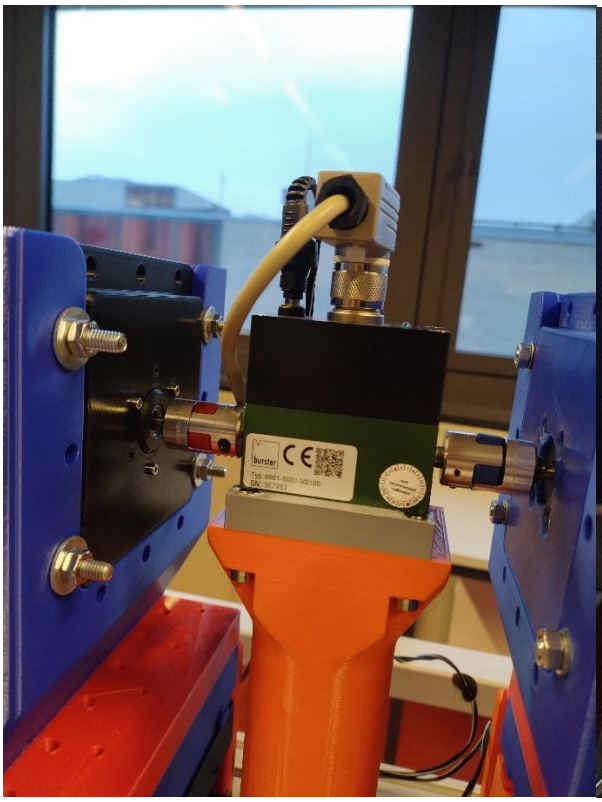


Abbildung 13 Drehmomentsensor

Abbildung 14 Hebelmethode

Abbildung 13 zeigt die Drehmomentsensor-Messmethode, bei der der Sensor horizontal an der Halterung befestigt ist. Abbildung 14 zeigt die Hebelmethode. Der Motor ist auf der Werkbank befestigt.

3.3 3D Drucker

Der 3D-Druck, auch bekannt als additive Fertigung, ist ein Prozess, der digitale Entwürfe in physikalische dreidimensionale Objekte umwandelt. Um ein Objekt zu fertigen, legt der 3D-Drucker ein Material wie Metall, Harz oder sogar Biowerkstoff in dünnen Schichten ab. Er folgt dabei einem digitalen Entwurf, der mit einer computergestützten Designsoftware erstellt wurde. FFF (Fused Filament Fabrication) ist eine der am häufigsten verwendeten 3D-Druckmethoden. Bei dieser Technik wird thermoplastisches Filament geschmolzen und anschließend Schicht für Schicht durch eine beheizte Düse auf einem Druckbett abgelegt. Jede Schicht kühlt dabei aus und verfestigt sich, bis das gewünschte Objekt vollständig erstellt ist. FFF zeichnet sich durch seine Einfachheit, kosteneffiziente Umsetzung und Vielseitigkeit aus (bigrep, 2025), wie in Bild 15 darstellt.

Mit der hier verwendeten Software SolidWorks wird das Modell erstellt und anschließend das physische Objekt mit einem 3D-Drucker ausgedruckt. Die im Projekt gedruckten Objekte sind eine Scheibe und ein dünner Stab mit einem Loch.

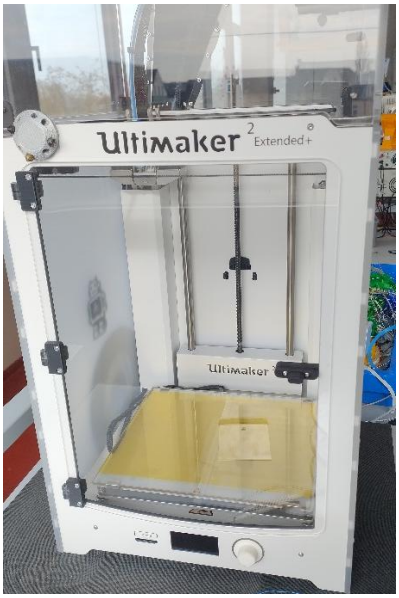


Abbildung 15 3D Drucker im Labor

3.4 Modellierung

Der Prozess zur Erstellung eines Modells wird als *Modellierung* bezeichnet. Die Erstellung eines mathematischen Modells für einen Realitätsausschnitt ist nicht mehr Aufgabe der Mathematik, sondern des jeweiligen Wissenschaftsgebietes. Inwieweit ein mathematisches Modell Vorgänge in der Realität korrekt beschreibt, muss durch Messungen überprüft und validiert werden. Ein mathematisches Modell stellt somit einen Realitätsbezug her, der für mathematische Teilgebiete im Allgemeinen nicht vorhanden sein muss (WIKIPEDIA, 2025).

Ein mathematisches Modell ist eine mathematische Beschreibung eines realen oder theoretischen Systems. Es wird verwendet, um Zusammenhänge, Strukturen oder Prozesse in einer präzisen und quantifizierbaren Weise darzustellen. Ein mathematisches Modell besteht in der Regel aus Variablen, Gleichungen, Funktionen oder Algorithmen, die die Beziehungen zwischen den verschiedenen Komponenten des Systems beschreiben.

Eigenschaften eines mathematischen Modells:

1. Abstraktion der Realität – Es bildet relevante Aspekte eines Systems vereinfacht ab.
2. Mathematische Strukturen – Verwendet Gleichungen, Funktionen, Matrizen oder Differentialgleichungen.
3. Vorhersagekraft – Erlaubt Simulationen und Prognosen für zukünftige Zustände.
4. Anwendungsbereiche – Wird in Naturwissenschaften, Ingenieurwesen, Wirtschaft, Biologie, Physik und vielen anderen Disziplinen genutzt.

In der Regelungstechnik beschreibt ein mathematisches Modell das dynamische Verhalten eines Systems und dient als Grundlage für die Analyse und den Entwurf von Regelkreisen. Der mathematische Aufbau eines solchen Modells kann auf verschiedene Weisen erfolgen, je nach Systemtyp und gewählter Darstellungsform. Jeder Regelkreis weist eine Rückkopplungsstruktur. In diese Struktur sind die vier Teilsysteme Regler, Aktuatorik, Sensorik und Prozess involviert. Bei allen diesen Systemen kann es sich um dynamische Systeme handeln. Wegen der kontinuierlichen Signale haben wir es mit einer kontinuierlichen Dynamik zu tun, die man übersichtlich in einer speziellen grafischen Form, dem Strukturbild darstellen kann (Litz, 2005).

Ein System in der Regelungstechnik kann als Eingang-Ausgang-System beschrieben werden. Dabei wird das Systemverhalten durch eine Differentialgleichung, eine Übertragungsfunktion oder eine Zustandsraumdarstellung mathematisch formuliert. Die meisten physikalischen Systeme lassen sich durch Differentialgleichungen beschreiben, die die Beziehung zwischen Eingangs- und Ausgangsgrößen sowie deren Ableitungen darstellen.

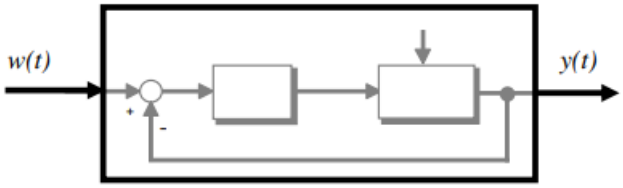


Abbildung 16 Standardregelkreis als System mit Eingang w und Ausgang y (Litz, 2005)

Abbildung 16 ist die Standardform des mathematischen Modells eines dynamischen Systems. Durch Anwendung der Laplace-Transformation kann ein System in den Frequenzbereich überführt werden. Die Übertragungsfunktion ist definiert als das Verhältnis von Ausgangssignal$y(s)$ zu Eingangssignal $w(s)$ im Laplace-Bereich:

$$G_{(s)} = \frac{y(s)}{w(s)} \qquad \textit{Formel 16(3.4.1)}$$

Die Übertragungsfunktion ist nützlich für die Stabilitätsanalyse, die Frequenzganganalyse und die Auslegung von Regelkreisen.

4 Modellbildung und Simulation

4.1 Zustandsraummodell

Das Zustandsraummodell ist eine mathematische Beschreibung eines dynamischen Systems in der Regelungstechnik und Systemtheorie. Es beschreibt das System mit Hilfe von Zustandsvariablen, die die internen Eigenschaften eines Systems zu einem bestimmten Zeitpunkt beschreiben. Um Zustandsraummodell aufzubauen sind zwei Differenzialgleichung notwendig. Werden $M_m = k\phi I$ und $M_R = d\omega$ eingesetzt, die Gleichungen (4.1.1) und (4.1.2) ergeben sich durch Umformung die Gleichung (2.3.5) und (2.3.8) aus dem vorigen Kapitel. Hier d ist Dämpfungskoeffizient für Winkelgeschwindigkeit.

$$\frac{di}{dt} = -\frac{R_{ges}}{L} \cdot I - \frac{k\Phi\omega}{L} + \frac{1}{L} \cdot U_K \qquad \text{Formel 17(4.1.1)}$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{k\phi}{J_{ges}} I - \frac{d\omega}{J_{ges}} - \frac{1}{J_{ges}} M_w \qquad \textit{Formel 18(4.1.2)}$$

(4.1.1) und (4.1.2) bilden Zustandsgleichung und Ausgangsgleichung. Klemmenspannung U_K ist Eingangsgröße und Winkelgeschwindigkeit ω is Ausgangsgröße. Nach Formel (4.1.4) kann Eingangsgröße nicht direkt Ausgangsgröße beeinflussen.

$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} i \\ \omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{R_{ges}}{L} & \frac{-k\phi}{L} \\ \frac{k\phi}{J_{ges}} & \frac{d}{J_{ges}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I \\ \omega \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{L_A} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{J_{ges}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_K \\ M_w \end{pmatrix} \qquad \textit{Formel 19(4.1.3)}$$

$$\omega = (0 \quad 1) \begin{pmatrix} I \\ \omega \end{pmatrix} + 0 \cdot \begin{pmatrix} U_K \\ M_w \end{pmatrix} \qquad \textit{Formel 20(4.1.4)}$$

Nach der obigen Formel kann man Blockschaltbild in Software MATLAB designen. Das Blockschaltbild, das auch als Wirkungsschema oder Strukturbild bezeichnet wird, geht von einer Abgrenzung des Systems von seiner Umgebung aus, die bildlich durch einen Block gekennzeichnet wird (Lunze, 2016).

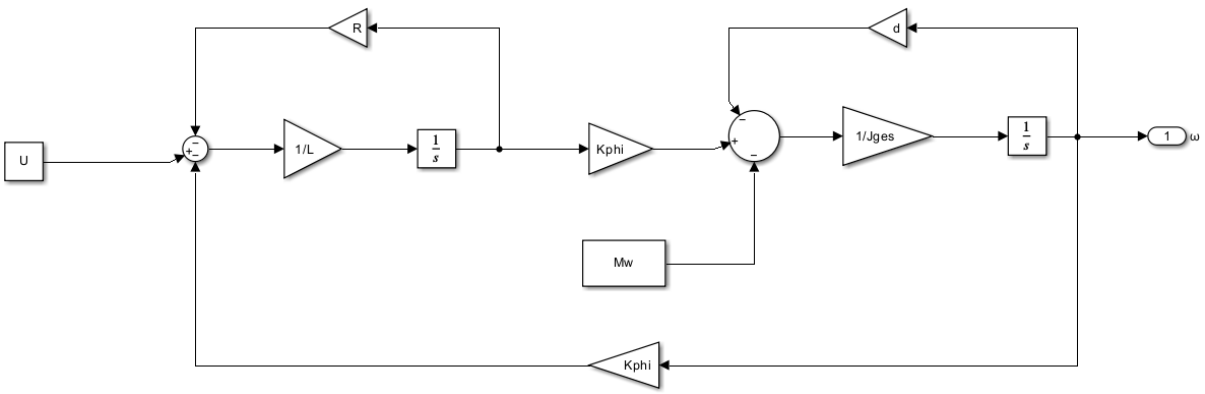


Abbildung 17 Blockschaltbild für Motor

Das in Abbildung 17 dargestellte mathematische Modell ist ein Zeitbereichsmodell, dass einige Koeffizienten enthalten, die mit empirischen Methoden ermittelt werden müssen, wie etwa den Dämpfungskoeffizienten d und das Widerstandsdrehmoment M_w.

4.2 Netzwerkmodell

Um das Wandlungsverhalten darzustellen ist die Netzwerktheorie ein gutes Hilfsmittel. Da Gleichstrommotor ein Elektromechanische Energiewandler ist, es entspricht den folgenden Regeln der Netzwerktheorie (Dörlemann, 2023).

1. Es existieren immer zwei Gleichungen

2. Eine Gleichung enthält zwei elektrische und eine mechanische Komponente

3. Die mechanischen Größen sind F, Δl & v

4. Die elektrischen Größen sind Q, u, i & Φ

5. Bei jedem Wandler Prinzip existiert eine Nachgiebigkeit

6. Bei den elektrischen Wandlern lässt sich eine Kapazität und bei dem magnetischen Wandler eine Induktivität aus der elektrischen Seite ableiten

Die Formeln (4.1.1) und (4.1.2) erfüllen genau die oben genannten sechs Merkmale. Nun werden die mechanischen Parameter mit den elektrischen Parametern verglichen. Mechanische Zusammenhänge werden mithilfe von Schaltplänen in elektronische Schaltungen übertragen, um die Energieumwandlung anschaulicher darzustellen.

Es gibt keine eindeutige Zuordnung dieser Parameter – ebenso wie Strom sowohl einer Kraft als auch einem Drehmoment entsprechen kann, solange das grundlegende Prinzip gewahrt bleibt

$$J_{ges}\frac{d\omega}{dt} = M_M - d\omega - M_W \quad \Rightarrow \quad c\frac{dU}{dt} = i_1 - \frac{1}{R}U - i_2$$

(Dörlemann, 2023)

Man kann durch Netzwerkmodell eine Übertragungsfunktion bekommen. Die Übertragungsfunktionen im Frequenzbereich enthalten viele Informationen und spielen eine große Rolle für die Auslegung des Reglers. Mit der kann die Methoden der Regelungstechnik eingesetzt werden.

Elektrische Parameter		Mechanische Parameter	
1/R	Leitwert	d	Drehreibungsdämpfung
C	Kapazität	J	Trägheitsmoment
I	Strom	M	Drehmoment
U	Spannung	ω	Winkelgeschwindigkeit

Tabelle 3 mechanisch zu elektrisch

Das elektromechanische Netzwerk wird anhand der Informationen in der Tabelle gezeichnet, und Folgendes wird erhalten.

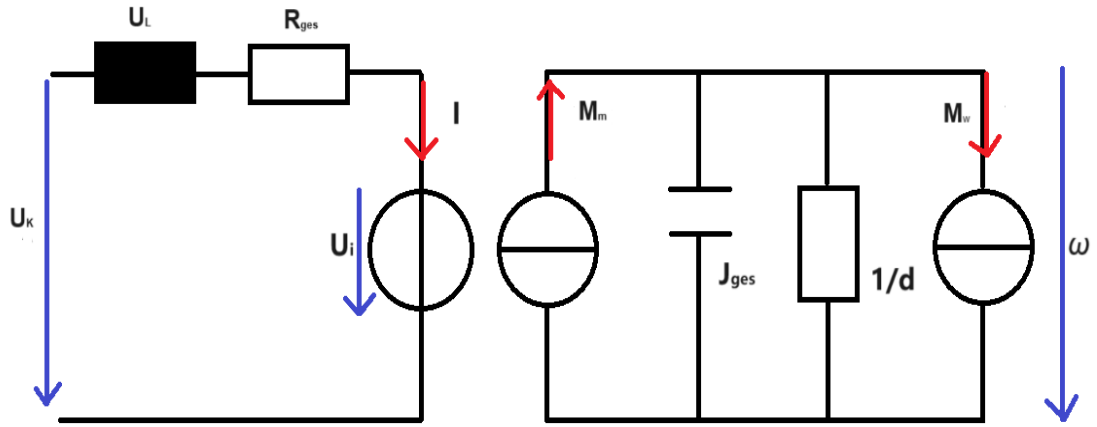


Abbildung 18 Ersatzschaltbild der PM-DC als Netzwerk

Aus dem Netzwerkdiagramm (Abbildung 18) kann man erkennen, dass seine Eingabe und Ausgabe mit denen des Zustandsdiagramms identisch sind. Und die Position des Kernteils, in dem die Energieumwandlung stattfindet, kann deutlich beobachtet werden. Die Energieumwandlungs-beziehung besteht in U_i, I, ω, M_m.

4.3 Dynamisch Modell im Laplace Bereich

Ein dynamisches Modell beschreibt das zeitabhängige Verhalten eines Systems. Es wird verwendet, um zu analysieren, wie sich ein System über die Zeit verändert, basierend auf seinen Eingangsgrößen, Zustandsvariablen und Ausgangsgrößen. Der Laplace-Bereich ist ein Konzept aus der System- und Regelungstechnik, das durch die Laplace-Transformation entsteht. Er wird verwendet, um Differentialgleichungen in algebraische Gleichungen

umzuwandeln, was die Analyse und das Design von dynamischen Systemen erleichtert. Als nächstes werden die Formeln (2.3.1) und (2.3.8) in Kapitel 2 in den Frequenzbereich transformiert. Dann werden (4.3.3) und (4.3.4) erhalten.

$$M_m(s) = k\phi i(s) \qquad \textit{Formel 21(4.3.1)}$$

$$U_i(s) = k\phi\omega(s) \qquad \textit{Formel 22(4.3.2)}$$

$$U_K(s) - U_i(s) = R_{ges} \cdot i(s) + sL \cdot i(s) = R_{ges}(1 + sT_e)i(s) \qquad \textit{Formel 23(4.3.3)}$$

$$M_m(s) - M_W(s) = sJ_{ges} \cdot \omega(s) = \frac{(k\phi)^2}{R_{ges}} \cdot s \cdot T_m \cdot \omega(s) \qquad \textit{Formel 24(4.3.4)}$$

Wobei

$$T_e = L/R_{ges} \qquad \textit{Formel 25(4.3.5)}$$

$$T_m = \frac{R_{ges}}{(k\phi)^2} \cdot J_{ges} \qquad \textit{Formel 26(4.3.6)}$$

Hier T_A ist elektrisch Konstant und T_m ist elektromechanisch Konstant. Die Dämpfung d wird in der Gleichung vernachlässigt. T_A beschreibt Änderung des Ankerstrom. T_m beschreibt die mechanische Verzögerung durch Trägheitsmoment.

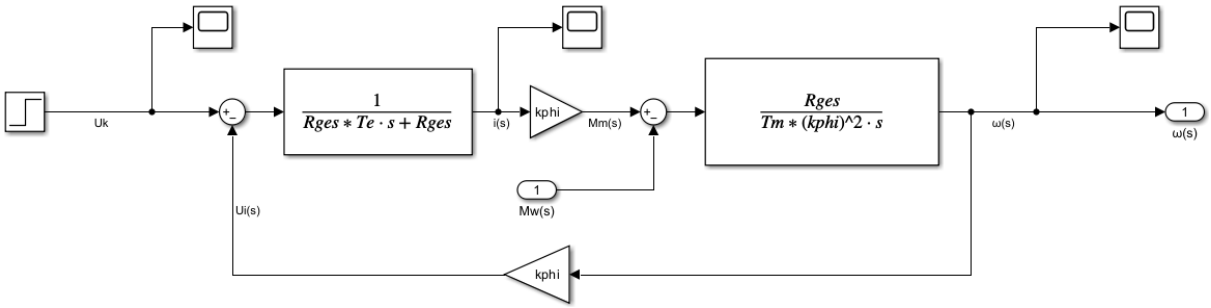


Abbildung 19 Dynamisch Modell

Das dynamische mathematische Modell des Motors wird durch die Formeln (4.3.3) und (4.3.4) konstruiert, wie in Abbildung 19 dargestellt.

DynamischeParameter.m

```
1  Uk=24;
2  Rges=2.49;
3  L=0.613*10^(-3);
4  Jges=11.9*10^(-6);
5  d=0;
6  I0=18.1*10^(-3);
7  kphi=0.082;
8  Te=L/Rges;
9  Tm=(Rges*Jges)/(kphi^2)
```

Abbildung 20 dynamisch Parameter

Da es im erstellten mathematischen Modell viele Parameter gibt, die im experimentellen Projekt nicht gemessen werden können, wurden zur Überprüfung der Genauigkeit des Modells Parameter mit bekannten Ergebnissen aus der Literatur herangezogen. Die verwendeten Parameter sind in Abbildung 20 dargestellt. Hier werden Dämpfungskoeffizient und Widerstandsdrehmoment auf null gesetzt.

Abbildung 21 ist Uk ein festgelegtes Schrittsignal, das dem Motor nach einer Sekunde eine Spannung von 24 V bereitstellt.

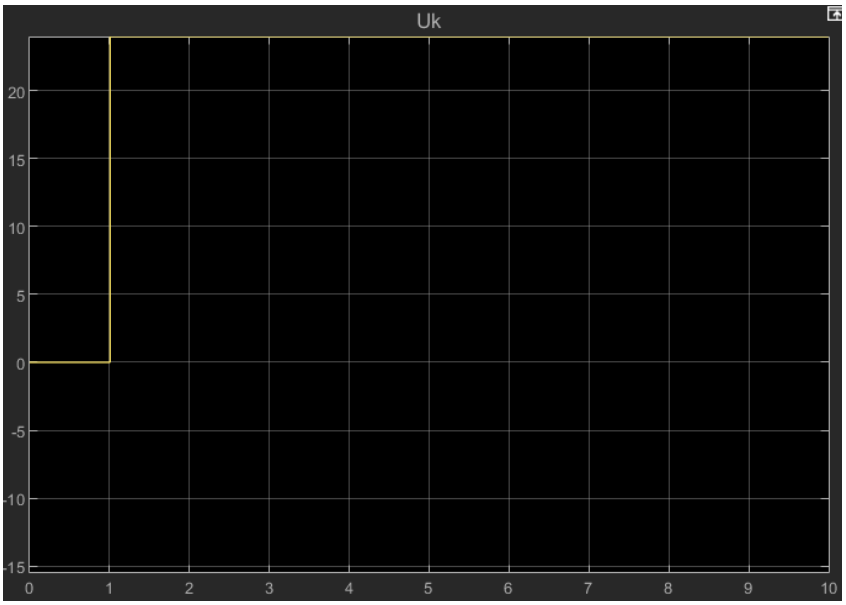


Abbildung 19 Eingangsgröße

Der Eingangsanschluss soll beobachtet werden. Es kann gesehen werden, dass die Spannung nach einer Sekunde den eingestellten Wert von 24 V erreicht.

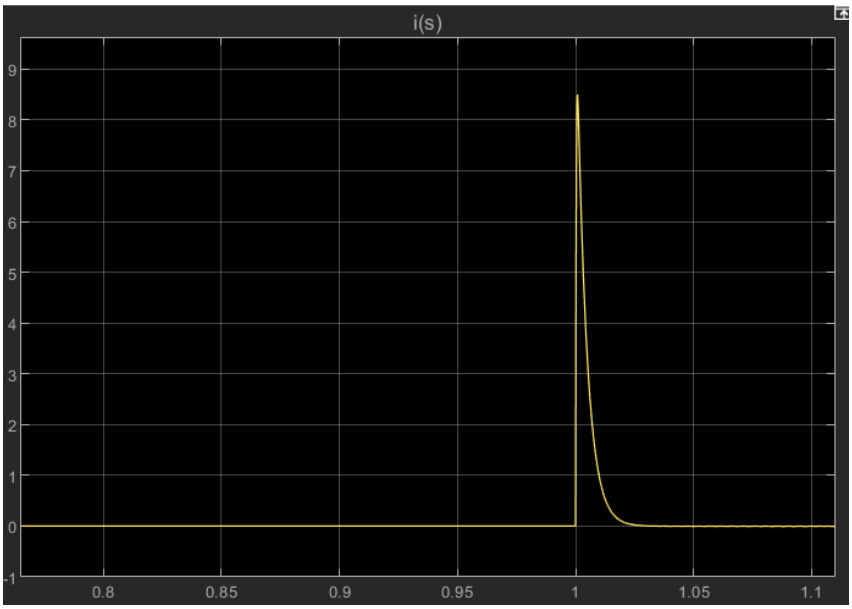


Abbildung 20 Strom

In Bild 22 steigt der Strom sehr schnell auf 8,5 A und sinkt dann wieder auf null ab. Dies liegt an der Induktivität im Energiespeicherelement im Schaltkreis. Wenn die Entladungsenergie der Induktivität endet, kehrt der Strom in einen relativ stabilen Zustand zurück.

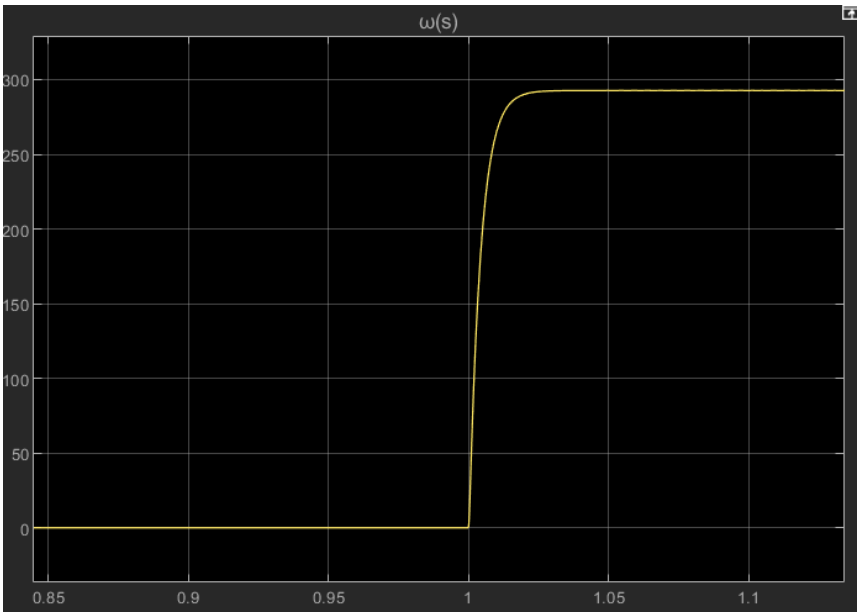


Abbildung 21 Ausganggröße

Am Ausgangsende stieg die Motordrehzahl innerhalb von 0,025 Sekunden schnell auf fast 300 rad/s, wie in Abbildung 23 zeigt. Die Richtigkeit der dynamischen Modelldaten wird durch einen Vergleich mit Referenzen bestätigt. (Ulrich, 2025)

Danach wird die charakteristische Gleichung des dynamischen Modells besprochen. In der Regelungstechnik beschreibt die charakteristische Gleichung das charakteristische Polynom eines dynamischen Systems. Sie ergibt sich aus der Übertragungsfunktion oder der homogenen Differenzialgleichung eines Systems. Die charakteristische Gleichung hat die folgenden drei Eigenschaften:

1. Denn es kann widerspiegeln, ob das System stabil ist

2. Es kann das Schwingungsverhalten zeigen

3. Die Systemantwort auf äußere Einflüsse sind Deutlich

Nachfolgend sind die Übertragungsgleichungen von Blockschaltbild für die beiden Fälle aufgeführt:

Falls $M_W(s)$=0

$$\frac{\omega(s)}{U_K(s)} = \frac{1}{k\phi} \cdot \frac{1}{1+sTm+s^2T_AT_m} \qquad \textit{Formel 27(4.3.7)}$$

$$\frac{i(s)}{U_K(s)} = \frac{1}{R_A} \cdot \frac{sTm}{1+sTm+s^2T_AT_m} \qquad \textit{Formel 28(4.3.8)}$$

Aus dem Blockdiagramm in Abbildung 17 kann ersehen werden, wenn Winkelgeschwindigkeit und Strom als Eingangsgröße und Klemmenspannung als Ausgangsgröße betrachtet werden, können die beiden Übertragungsgleichungen (4.3.7) und (4.3.8) erstellt werden.

Falls $U_K(s) = 0$

$$\frac{\omega(s)}{M_W(s)} = -\frac{R_A}{(k\phi)^2} \cdot \frac{1+sT_A}{1+sTm+s^2T_AT_m} \qquad \textit{Formel 29(4.3.9)}$$

$$\frac{i(s)}{M_W(s)} = \frac{1}{k\phi} \cdot \frac{1}{1+sTm+s^2T_AT_m} \qquad \textit{Formel 30(4.3.10)}$$

wenn Winkelgeschwindigkeit und Strom als Eingangsgröße und Widerstandsdrehmoment als Ausgangsgröße betrachtet werden, können die beiden Übertragungsgleichungen (4.3.9) und (4.3.10) erstellt werden.

Aus den obigen vier Übertragungsfunktionen ergibt sich folgende charakteristische Gleichung:

$$1 + sTm + s^2T_AT_m = 0 \qquad \textit{Formel 31(4.3.11)}$$

Eigenwert ist

$$s = -\frac{1}{2T_A}\left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4T_A}{T_m}}\right) \qquad \textit{Formel 32(4.3.12)}$$

Das System ist Stabil, weil $1 - \frac{4T_A}{T_m} \leq 1$. Diese Situation kann in zwei Fälle unterteilt werden.

1. Für $T_m < 4T_A$ ist das System schwingfähig (Zweipoliges Verzögerungsglied 2. Ordnung) Vergleicht man die charakteristische Gleichung mit PT2, erhält man

$$\frac{1}{1+\frac{2D}{\omega_0}s+\frac{s^2}{\omega_0^2}} \qquad \textit{Formel 33(4.3.13)}$$

Die Dämpfung ist $D = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{T_m}{T_A}}$. Die Eigenfrequenz ist $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{T_A.T_m}}$.

2. Für $T_m \gg 4T_A$durch Näherung erhaltet man die folgende Gleichung

$$1 + sT_m + s^2T_mT_A \approx 1 + s(T_m + T_A) + s^2T_mT_A$$

$$\approx (1 + sT_A)(1 + sT_m) \qquad \textit{Formel 34(4.3.14)}$$

Nach näherungsweiser Berechnung ist nach den einschlägigen Erkenntnissen der Regelungstechnik die Zeit, die 63 % der Maximaldrehzahl entspricht, der Wert der elektromechanischen Konstante. Wie in Abbildung 24 dargestellt, beträgt der konstante Wert 0,0042. Der tatsächlich berechnete Wert beträgt jedoch 0,0044, und das Ergebnis ist sehr ähnlich.

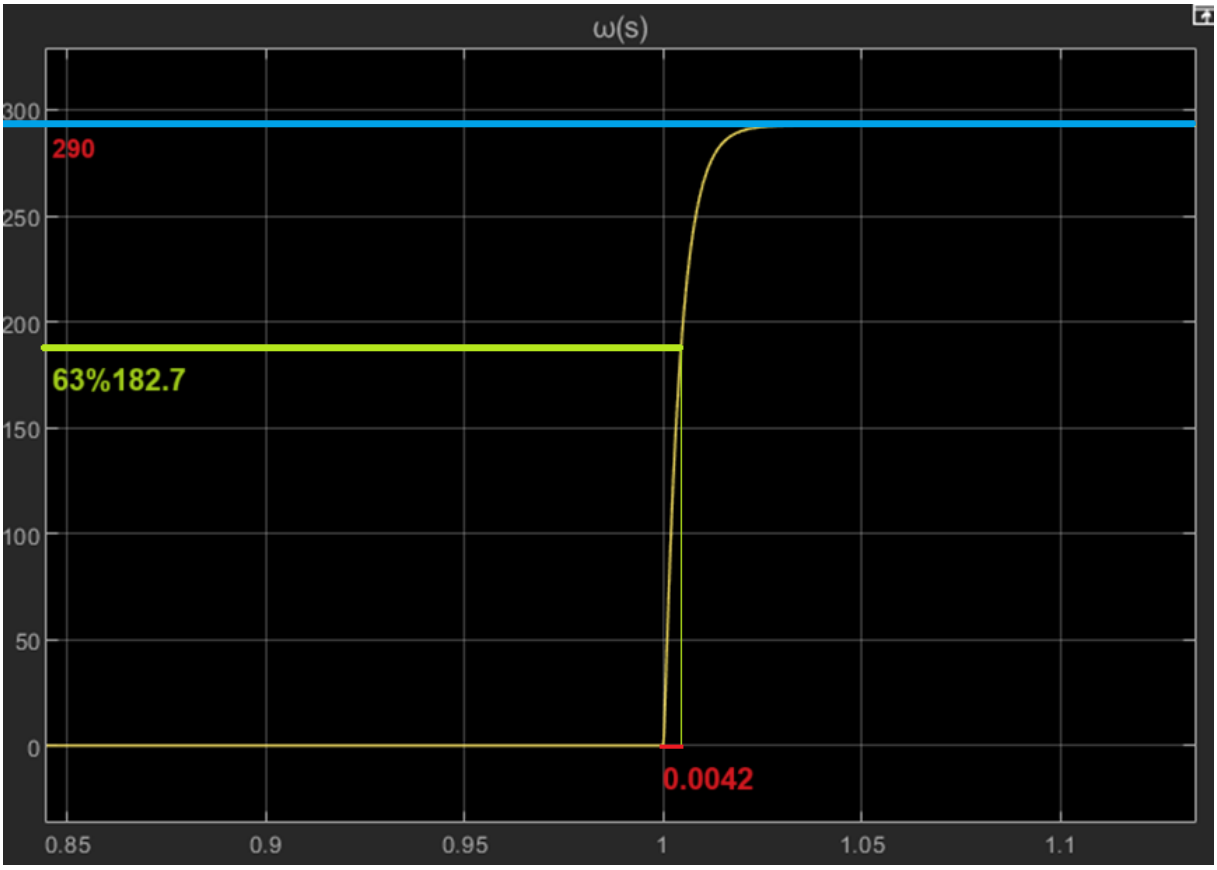


Abbildung 22 Elektromechanisch konstant

4.4 Modell für Motor-Blockierungsstatus

Bei der Messung des maximalen Drehmoments des Motors mit der Hebelmethode befindet sich der Motor während des gesamten Vorgangs im blockierten Zustand, sodass der Motor in diesem Zustand separat analysiert wird. Wegen Stillstand $\omega = 0$; U_i=0; vereinfacht sich die Motorklemmenspannung zu

$$U_K = L\frac{di}{dt} + IR_{ges} \qquad \textit{Formel 35(4.4.1)}$$

Zu diesem Zeitpunkt gibt es zwei Situationen: Die eine ist die dynamische Gleichung, wenn der Motor gerade blockiert ist, und die andere ist, dass der Motor einen stationären Zustand erreicht hat.

1. **Stationäres Modell während des Strömungsabrisses**

Wenn der Stillstand im stationären Zustand ist $\frac{di}{dt} = 0$,erreicht der Ankerstrom sein Maximum:

$$I_{max} = \frac{U_k}{R_{ges}} \qquad \textit{Formel 36(4.4.2)}$$

Das dabei erzeugte elektromagnetische Drehmoment ist:

$$M_{st} = k\phi I_{max} \qquad \textit{Formel 37(4.4.3)}$$

M_{st} ist das elektromagnetische Drehmoment bei blockiertem Motor

2. **Dynamisches Modell bei der Blockierung**

Die Formel (4.4.1) wird transformiert, um (4.4.4) zu erhalten.

$$\frac{U_K}{L} = \frac{di}{dt} + \frac{R_{ges}}{L} I \qquad \textit{Formel 38(4.4.4)}$$

Dies ist eine inhomogene lineare Differentialgleichung erster Ordnung. Es werden die allgemeine Lösung und die spezielle Lösung gefunden, um die folgende Formel zu erhalten.

$$I(t) = I_{max}\left(1 - e^{-\frac{R_{ges}}{L}t}\right) \qquad \textit{Formel 39(4.4.5)}$$

Das bedeutet, dass der Strom mit der Zeit exponentiell zunimmt und sich schließlich I_{max} . Änderungen des elektromagnetischen Drehmoments im Laufe der Zeit. Dies zeigt, dass das Drehmoment beim Blockieren nicht sofort den Maximalwert erreicht, sondern mit zunehmendem Strom allmählich zunimmt.

$$M(t) = k\phi I_{max}\left(1 - e^{-\frac{R_{ges}}{L}t}\right) \qquad \textit{Formel 40(4.4.6)}$$

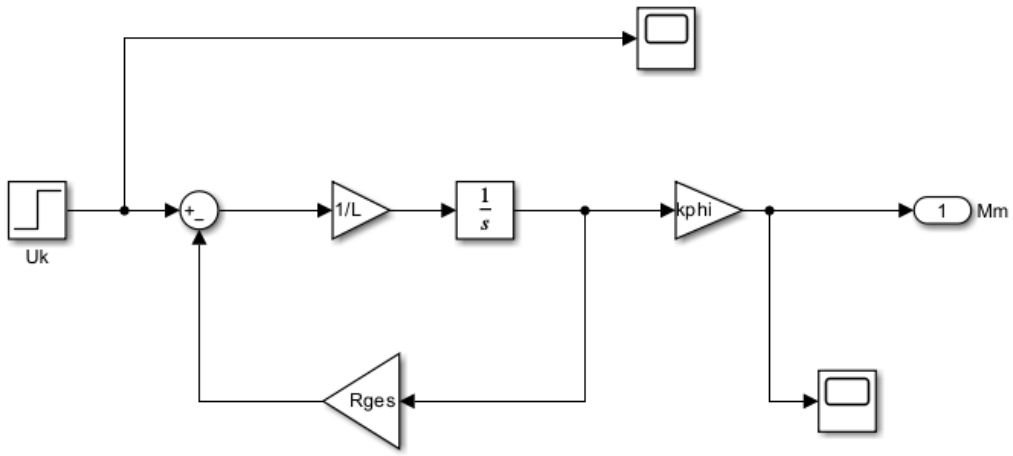


Abbildung 23 Modell für blockiert Motor

Aus dem Blockschaltbild in Abbildung 25 kann man erkennen, dass es sich um ein PT1(Proportional-Differential-Glied erster Ordnung) -System handelt. Der Eingang ist Klemmenspannung. Ausgang ist Drehmoment. Nach dem Einschalten erhöht sich das Drehmoment allmählich, bis es den Maximalwert erreicht.

5 Validierung und experimentelle Ergebnisse

Durch die Modellierung in Kapitel 4 sind vorläufig die zu messenden physikalischen Größen bestimmt worden, darunter mindestens der Strom I, die induzierte Spannung U_i, die Winkelgeschwindigkeit ω und das Drehmoment M_{m}. Zusätzlich muss zur Verifizierung des Modells die Induktivität L gemessen werden. Um die Messung zu erleichtern, wurde das Elektrolabor des Professors ausgeliehen. Das Labor ist mit verschiedenen elektrischen Komponenten und Messgeräten ausgestattet, was für dieses Projekt als sehr praktisch erachtet wird.

5.1 Beschreibung der Versuchsanordnung

5.1.1 Motor

Zunächst sollen die Versuchsobjekte vorgestellt werden. Die zu testende Objekte sind 14 Kleinmotoren, die detaillierten Daten unklar sind. Vom Aussehen her sind Nr. 3, Nr. 4, Nr. 5, Nr. 7 Motoren desselben Typs, Nr. 6, Nr. 8 sind dasselbe Modell, Nr. 1, Nr. 2, Nr. 14 sind im Vergleich zu den anderen Motoren kleinere Modelle. Der mit dem Mikrometer gemessene Wellendurchmesser der Motoren 1, 2 und 14 betrug 1 mm und der Wellendurchmesser der übrigen Motoren 2 mm. Nach dem Einschalttest können alle Motoren bei einer Spannung von 5 V normal funktionieren. An 14 Motoren werden Innenwiderstand, Drehzahl und Drehmoment gemessen. 14 Motoren, wie in Abbildung 26 dargestellt.

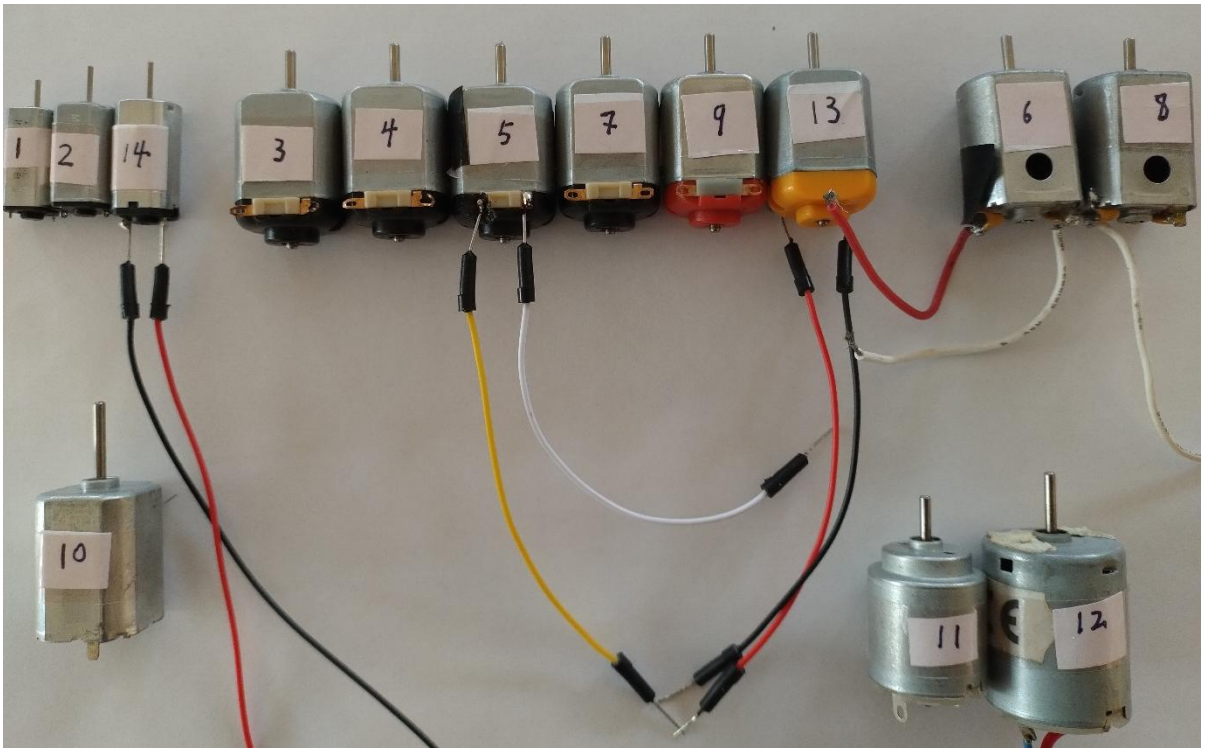


Abbildung 24 Kleinmotoren

5.1.2 Arduino und Display

Arduino UNO ist eine Mikrocontrollerplatine (Bild 27), die auf dem ATmega328P basiert. Sie verfügt über 14 digitale Eingangs-/Ausgangspins (von denen 6 als PWM-Ausgänge verwendet werden können), 6 analoge Eingänge, einen 16 MHz Keramikresonator, einen USB-Anschluss, eine Strombuchse, einen ICSP-Header und eine Reset-Taste. Sie enthält alles, was zur Unterstützung des Mikrocontrollers benötigt wird; schließen Sie sie einfach mit einem USB-Kabel an einen Computer an oder versorgen Sie sie mit einem AC/DC-Adapter oder einer Batterie, um loszulegen (Docs, 2025). Die Programmiersprache basiert auf C/C++.

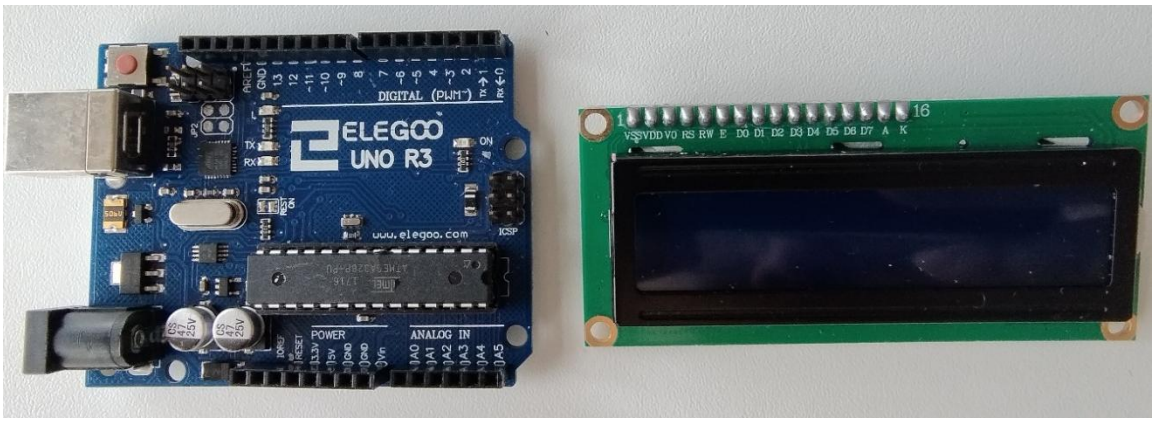


Abbildung 25 Arduino und Display

Das Display verfügt über sechzehn Schnittstellen, von denen vier in diesem Projekt nicht verwendet werden. Schnittstelle 3 ist mit einem Potentiometer zum Einstellen der Helligkeit des Displays verbunden, und Schnittstelle 16 ist mit einem 220-Ohm-Widerstand verbunden. Das Anschlussschema des Displays ist in der folgenden Abbildung dargestellt. Die entsprechenden Nummern auf der Schnittstelle sind die digitalen Schnittstellen auf dem Arduino, wie in Bild 28 zeigt.

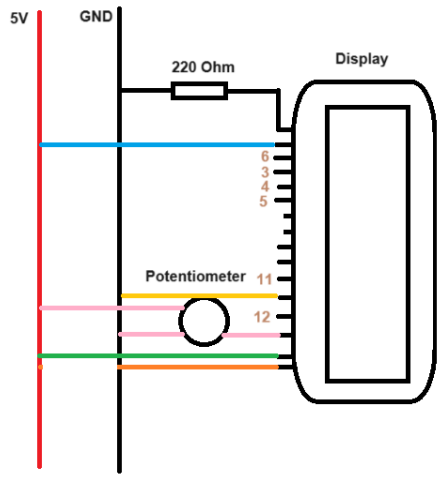


Abbildung 26 Schaltung für Display

Arduino, Display und Lichtschranksensor bilden zusammen den Drehzahlsensor. Der Sensorcode wird im Anhang des Berichts platziert.

5.1.3 Federwaage und Stange

Die Federwaage in Bild 29 hat einen Wägebereich von 0 bis 10 g, eine hohe Auflösung von 0,1 g und einen Teleskopbereich von 225 bis 330 mm. Angenommen, die Erdbeschleunigung beträgt 9,8 m/s^2, so beträgt die maximal messbare Kraft 98 mN. Der maximale Messfehler liegt bei 0,3 %.

Oben an der Federwaage befindet sich ein Einstellknopf. Falls sich die rote Skalenlinie im Ruhezustand nicht auf der Nullposition befindet, kann dieser Knopf gedreht werden, um die Skala auf null zu justieren.

Am unteren Ende der Federwaage befindet sich eine Klammer, mit der Objekte zur Kraftmessung gegriffen werden können. Durch die Verwendung einer Stange mit einer kleinen Bohrung lassen sich sowohl die aufgebrachte Kraft als auch der Hebelarm anpassen, um den Messwert innerhalb des messbaren Bereichs zu halten.

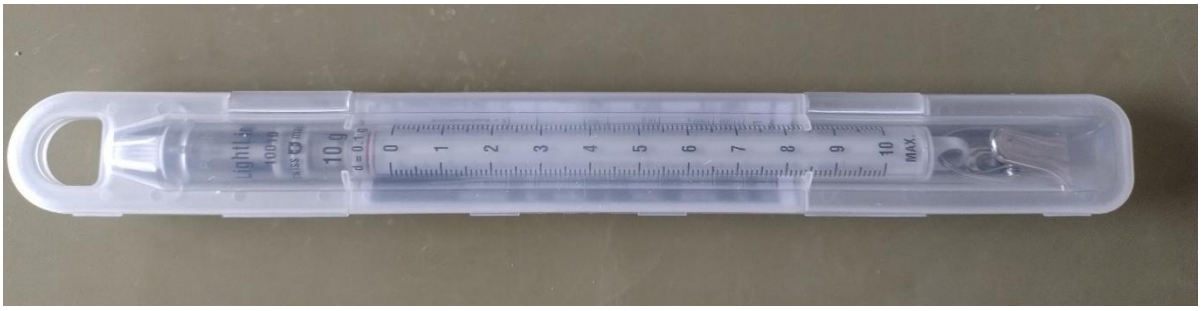


Abbildung 29 Federwaage

Die Stange besteht aus einem Zylinder und einer dünnen Scheibe. Bei einem Motor mit einem Durchmesser von 1 mm beträgt der Zylinderdurchmesser 6 mm, und der Radius des Hohlzylinders in der Mitte beträgt 1,2 mm. Das Blatt hat eine Länge von 41 mm, eine Breite von 8 mm und eine Dicke von 1 mm. Auf dem Blatt befinden sich drei kleine Löcher mit einer Länge von 5 mm und einer Breite von 4 mm. Der Abstand zwischen den Löchern beträgt jeweils 5 mm, und sie sind horizontal angeordnet. Der nächstgelegene Punkt des ersten kleinen Lochs zum Rand der Scheibe liegt bei 2 mm. Der Hebelarm ist auf 35 mm, 30 mm, 25 mm, 20 mm, 15 mm und 10 mm einstellbar.

Die zweite Stange für Motor mit einem Durchmesser von 2 mm weist bis auf den Radius des Hohlzylinders und die Länge des dünnen Blatts die gleichen Werte wie der ersten Stange auf. Der Hebelarm ist auf 45 mm, 40 mm, 35 mm, 30 mm, 25 mm und 20 mm einstellbar.

5.1.4 Andere Messgerät

Oszilloskop

Wird zur Überwachung von Motorfunken, Sensorsignalen und zur Induktivitätsschätzung verwendet, wie in Bild 30 zeigt.

Multimeter

Mit dem Multimeter wird der Innenwiderstand des Motors und die Spannung des Außenwiderstandes gemessen. Und es wird geprüft, ob die Stromleitung aufgrund eines Fehlers unterbrochen ist, wie in Bild 31 darstellt.

Mikrometer

Wird zum Messen des Durchmessers von Motorwellen verwendet.

Abbildung 27 Oszilloskop

Abbildung 28 Multimeter

5.1.5 Andere Sachen

Es gibt noch Doppelseitiger Klemmdraht, Steckbrett, Drähte und Lötwerkzeuge Netzteil (Abbildung 32). Um den Motor vor dem Durchbrennen im blockierten Zustand zu schützen und die Stromberechnung zu erleichtern, werden entsprechend dem Motorwiderstand externe Widerstände von 1 Ohm und 10 Ohm (Abbildung 33) verwendet.

Abbildung 29 Netzquelle

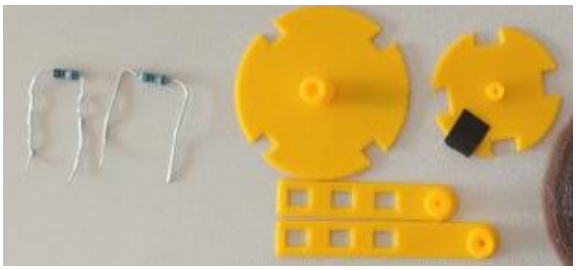


Abbildung 30 Widerstanden, Scheiben und Stange

5.2 Experimentelle Ergebnisse

5.2.1 Untersuchung von Funken

Die Ursachen für Funken wurden im Kapitel 2.7 vorgestellt. Nun wird erklärt, wie mithilfe elektrischer Funken die Drehzahl erkannt wird. Die folgenden vier Situationen sind Analysen der Ursachen für durch Bürsten erzeugte Funken.

1. Da der Kommutator aus mehreren Kupferplatten mit isolierenden Lücken zwischen den einzelnen Platten besteht, können beim Durchgleiten der Bürste durch die Lücke aufgrund eines Kurzschlusses oder Hochfrequenzschaltens Funken entstehen.

2. Und wenn die Bürste im Begriff ist, ein Kommutatorsegment zu verlassen, ist der Strom auf dem Kommutatorsegment noch nicht vollständig verschwunden und der Induktivitätseffekt kann eine kurzzeitige Hochspannung bilden, die einen Luftdurchbruch und dadurch die Erzeugung von Funken verursacht.

3. Außerdem führen hohe Drehzahlen oder plötzliche Lastwechsel zu drastischen Stromschwankungen beim Kommutierungsvorgang und erzeugen dadurch stärkere Funken.

4. Bei Motoren, die schon lange im Einsatz sind, sind die Bürsten stark abgenutzt und es kann aufgrund des schlechten Kontakts auch an glatten Stellen zu Funkenbildung kommen.

Die Fälle 3 und 4 sind leicht vermeidbar. Aus den Fällen 1 und 2 ist ersichtlich, immer wenn die Bürste den Isolationsspalt am Kommutator passiert, entsteht ein Funke. Ein Motor hat zwei Bürsten, was bedeutet, dass bei einer Umdrehung des Motors Funken mit der Anzahl der Kupferplatten multipliziert mit der doppelten Anzahl der Bürsten erzeugt werden.

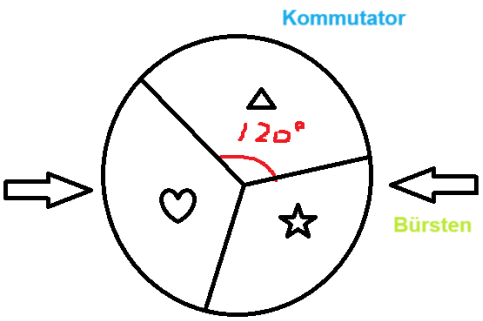


Abbildung 31 Kommutator im Stillstand

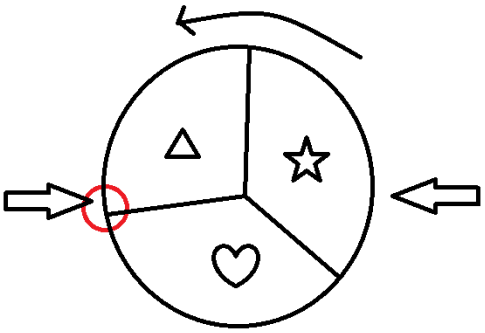


Abbildung 32 Kommutator (Schritt 1)

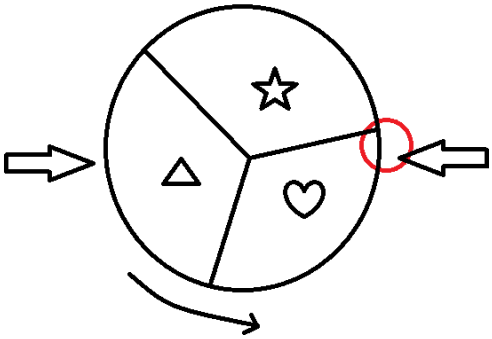


Abbildung 33 Kommutator (Schritt 2)

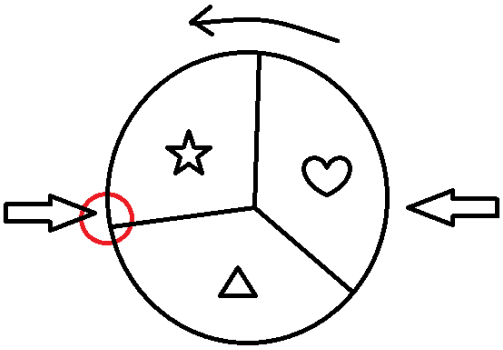


Abbildung 34 Kommutator (Schritt 3)

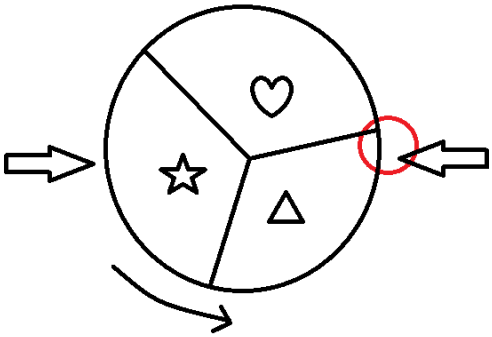


Abbildung 35 Kommutator (Schritt 4)

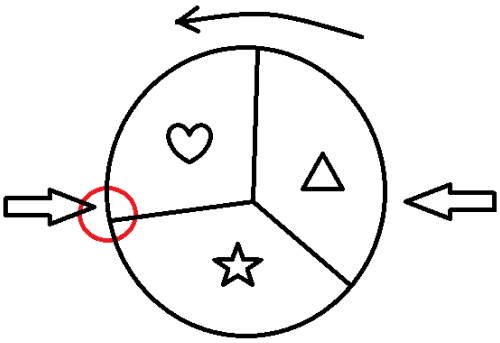


Abbildung 39 Kommutator (Schritt 5)

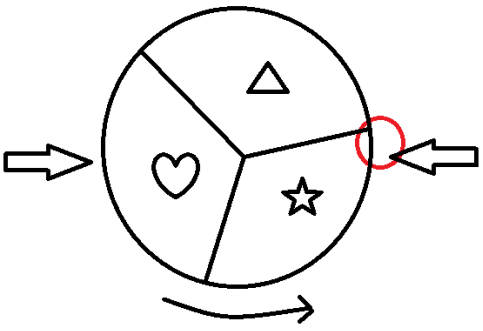


Abbildung 36 Kommutator (Schritt 6)

Das Quadrat, der Stern und das Dreieck stellen jeweils drei verschiedene Kupferblatt dar. Sie sind voneinander isoliert und nehmen jeweils einen Bogenwinkel von 120 Grad des Kommutators ein. Der Motor befindet sich im Stillstand, wie in Abbildung 34 dargestellt, und es ist zu diesem Zeitpunkt kein elektrischer Funke entstanden. Der Motor dreht sich gegen den Uhrzeigersinn, wobei 60 Grad ein Schritt sind und ein Kreis in 6 Schritte (Abbildung35 bis 40) unterteilt ist. Die linken und rechten Pfeile stellen die beiden Bürsten dar.

Hier wird Motor Nr. 13 als Referenz genommen, zerlegt und sichergestellt, dass sein Kommutator aus drei Kupferblechen besteht. Um die Anzahl der Funken und den Ort des Lichtbogenauftritts zu bestimmen, wird die obere Reihe von Diagrammen gezeichnet. Der Motor erzeugt bei jeder 60-Grad-Drehung einen elektrischen Funken.

5.2.2 Validierung des Drehzahlsensorprogramms

Um die Genauigkeit der Messergebnisse sicherzustellen, muss vor Beginn der Messung überprüft werden, ob der Geschwindigkeitssensor normal funktioniert. Da der Drehzahlsensor aus mehreren Elementen besteht, wird auch die Prüfung in zwei Teile aufgeteilt. Hier wird den Versuchsmotor Nr.13 für den Drehzahlsensor ausgewählt.

1. Abschnitt Motor zum Sensor

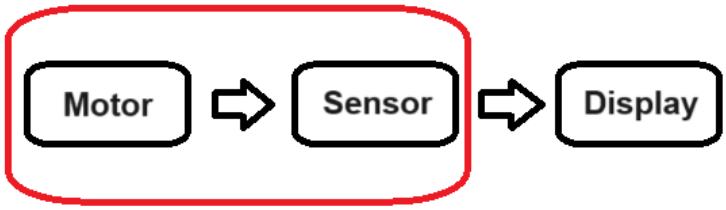


Abbildung 37 Abschnitt Motor zum Sensor

Zunächst wird ein Funkentest durchgeführt. Dem Motor werden 3,75 Volt gegeben, damit er stabil läuft. Das Oszilloskop wird an den Plus- und Minuspol des Motors angeschlossen. Die erzeugten Funken können auf dem Oszilloskop deutlich beobachtet werden. Wie in Bild 42 gezeigt.

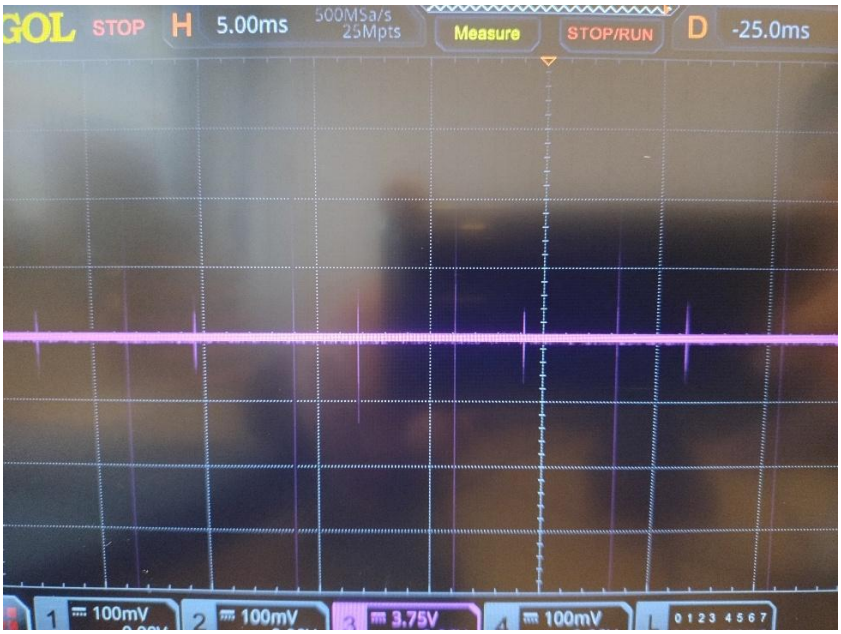


Abbildung 38 Funk im Motor

Auf dem Oszilloskop ist deutlich zu erkennen, dass die Funken abwechselnd von zwei unterschiedlichen Bürsten erzeugt werden. Einer erzeugt einen Funken mit großer Amplitude und kurzem Zyklus, während der andere einen Funken mit kleiner Amplitude und langem Zyklus erzeugt. Wenn die Zeit verlängert wird, kann gesehen werden, dass jede einzelne tatsächlich aus vielen kleinen Schwankungen besteht, was zeigt, dass in einem sehr kurzen Zeitraum von jedem Kontakt mehrere Lichtbögen erzeugt werden.

Abbildung 39 Signal von Sensor und Motor

Als Nächstes wird das Oszilloskop an den fotoelektrischen Sensor angeschlossen, und der Lichtschranken-Sensor wird in die Nähe des laufenden Motors gebracht. Wie in Abbildung 43 dargestellt, ist das gelbe Signal das Sensorsignal. Der Sensor sendet jedes Mal ein Impulssignal, wenn der schwarze Bereich der Motorscheibe am Sensor vorbeiläuft. Der Abstand zwischen zwei Impulsen entspricht einer Umdrehung des Motors.

Treten die beiden Signale (Funke und Sensor) gleichzeitig auf, ist deutlich zu erkennen, dass zwischen den beiden Impulssignalen sechs Funken entstehen. Dies bestätigt, dass der Sensor den Erkennungs-bereich korrekt erfasst und die Motordrehzahl zuverlässig identifiziert.

2. Abschnitt Sensor zum Display

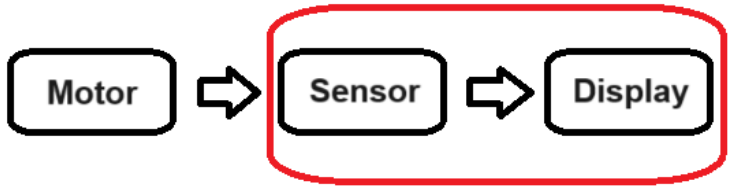


Abbildung 40 Abschnitt Sensor zum Display

Anschließend wird der Synchronisierungsstatus zwischen Sensor und Display überprüft.

Abbildung 41 Signal von Sensor

Zur einfacheren Beobachtung wird hier die Motorspannung nachgeregelt. Wie aus Abbildung 45 ersichtlich ist, entspricht die Breite jedes Gitters auf dem Oszilloskop 5 ms. Der Abstand zwischen den beiden Sensorsignalen beträgt etwa 4,4 Gitter. 22ms ist die Zeit, die der Sensor während eines Motorzyklus misst. Nach der Gleichung $1 \div 0.022 \times 60$ wird 2727,27U/min berechnet.

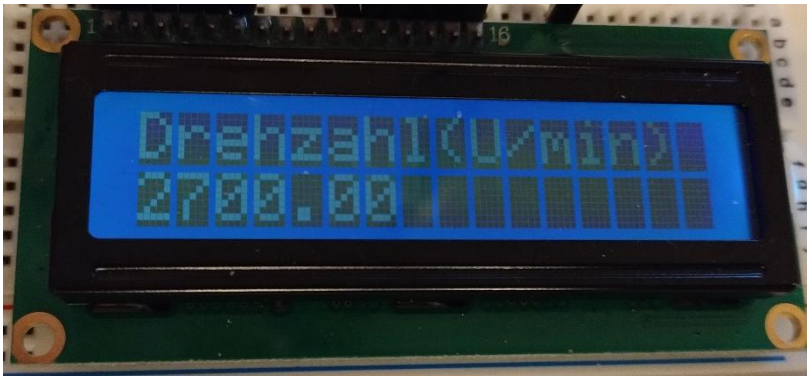


Abbildung 42 Display

In der Abbildung 46 beträgt die Anzeige auf dem Display 2700U/min, wie in der Abbildung 47. Da die im Programm eingestellte Auflösung 60 beträgt. Die Genauigkeit des Sensors muss verbessert werden, aber die Werte sind ungefähr gleich.

5.2.3 Ankerwiderstandmessung

Um den Motor mithilfe eines mathematischen Modells simulieren zu können, muss sein

Gesamtwiderstand gemessen werden. Aus Kapitel 2.3 ist bekannt, dass sich der Gesamtwiderstand aus dem Bürstenwiderstand, dem Kontaktwiderstand und dem Wicklungswiderstand zusammensetzt. Um den genauen Bereich des Kontaktwiderstands zu bestimmen, wurde Motor Nr. 13 zerlegt und vermessen. Der Widerstand der Bürsten wurde am Multimeter nicht angezeigt und war nahezu vernachlässigbar. Der Widerstand der beiden in Reihe geschalteten Wicklungsspulen betrug 8 Ohm. Dies ist in den Abbildungen 47 und 48 dargestellt.

Abbildung 43 Widerstand von Wicklung

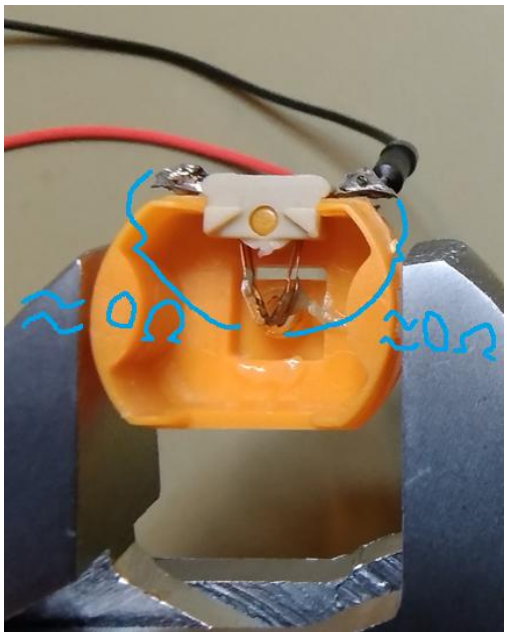


Abbildung 44 Widerstand von Bürsten

Nach dem Zusammenbau des Motors wurde der Gesamtwiderstand mit einem Multimeter gemessen, wobei festgestellt wurde, dass der Widerstand manchmal bis zu 12 Ohm betrug. Nach Verwendung einer Doppelkopfklemme anstelle einer manuellen Messung verfügt der Kontaktwiderstand über einen besseren Kontrollbereich. Die Methode kann den Bereich des Kontaktwiderstand auf 1 Ohm eingrenzen. Dann wird der Gesamtwiderstand zwischen 8 und 9 Ohm geregelt.

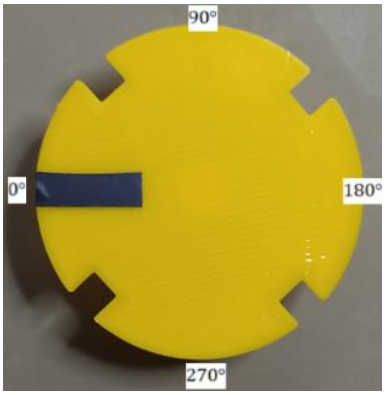


Abbildung 49 Messung mit Scheibe

Um die Genauigkeit weiter zu verbessern, werden mehrere Messungen an verschiedenen Positionen des Motors durchgeführt. Dabei wird die Welle nach jeder Messung um 90 Grad im Uhrzeigersinn gedreht. Dieser Vorgang wird so lange wiederholt, bis insgesamt drei vollständige Umdrehungen aufgezeichnet sind, wie in Abbildung 49 dargestellt.

Position / Motor		0°	90°	180°	270°
		(Einheit: Ohm)			
13	1.Versuch	8,7	8,4	8,3	8,2
	2.Versuch	8,2	8,6	8,7	8,3
	3.Versuch	8,2	8,3	8,0	8,4

Tabelle 4 Ankerwiderstand für Motor Nr.13

Nach der Messung wird obere Tabelle erhalten. Der Gesamtwiderstand des Motors schwankt zwischen 8 und 8,7. Der durchschnittliche Widerstand beträgt 8,48 Ohm. Nachdem alle vierzehn Motoren mit dieser Messmethode gemessen wurden, werden die Messergebnisse in einer Tabelle zusammengefasst, die im Anhang des Berichts enthalten ist.

Position / Motor		0°	90°	180°	270°
		(Einheit: Ohm)			
8	1.Versuch	2,0	16,5	284	7
	2.Versuch	1,4	22.6	0,6	23
	3.Versuch	1,0	21	463	62

Tabelle 5 Ankerwiderstand für Motor Nr.8

Während des Messvorgangs war der Gesamtwiderstand der meisten Motoren relativ stabil, die Bürsten und Kommutatoren einiger Motoren wiesen jedoch einen gravierenden Kontaktmangel auf. Am Beispiel des Motors Nr. 8 zeigt sich, dass sein Gesamtwiderstandswert in einem sehr großen Bereich schwankt. In diesem Fall ist es nicht möglich, den Wert des Innenwiderstands des Motors genau zu bestimmen und den Motor daher mit einem mathematischen Modell zu simulieren.

5.2.4 Beziehung zwischen Spannung und Winkelgeschwindigkeit validieren

Aus der grundlegenden Theorie im vorherigen Kapitel ist bekannt, dass der durch den Motor fließende Strom aufgrund des Vorhandenseins eines inneren Widerstands und einer Induktivität nicht direkt gemessen werden kann. Daher wird entschieden, einen zusätzlichen Widerstand in Reihe zu schalten, um es dem Multimeter zu erleichtern, seine Spannung zu messen und dann den Stromkreisstrom zu berechnen. Und dieser Widerstand spielt eine indirekte Rolle beim Schutz des Motors vor dem Durchbrennen, wenn er blockiert ist.

Nun wird mit der Messung der Drehzahl des Motors begonnen. Dem Motor werden unterschiedliche Spannungen eingegeben, und die entsprechende Geschwindigkeit sowie die Spannung am zusätzlichen Widerstand werden aufgezeichnet. Die Ergebnisse sind im Anhang tabellarisch aufgeführt. Zur Veranschaulichung sind hier nur einige Motordaten aufgeführt um die Motorcharakteristik zu erläutern.

Parameter Motor	Spannung U_k (Einheit: V)	Spannung U_z (Einheit: mV)	Drehzahl n (Einheit: U/min)
Motor 13 (R_z:10ohm)	3	630	3840
	4	730	5760
	5	835	7320
Motor 1 (R_z:10ohm)	1,2	172	3360
	1,6	202	4680
	2	236	5880

Tabelle 6 Spannung und Drehzahl von Motor Nr.13

Nr. 13 und Nr. 1 ausgewählt. Deren Geschwindigkeit sowie die zusätzliche Widerstands-spannung werden bei unterschiedlichen Spannungen gemessen, wodurch Tabelle 6 entsteht. Alle Drehzahldaten werden bei stationärem Motorlauf gemessen. Zu diesem Zeitpunkt stabilisiert sich der durch den Motor fließende Strom.

$$I = \frac{U_z}{R_z} \qquad \textit{Formel 41(5.2.4.1)}$$

Der Strom von Motor Nr. 13 und Motor Nr. 1 wird nach Formel 39 berechnet. Es wird angenommen, dass die Änderungsrate des Stroms im stationären Zustand 0 ist nämlich $\frac{di}{dt}$ = 0. Der durchschnittliche Innenwiderstand von Motor Nr. 1 beträgt 6,6 Ohm.

$$U_k = U_i + I\left(R_{ges} + R_z\right) \qquad \textit{Formel 42(5.2.4.2)}$$

Die vom Motor induzierte elektromotorische Kraft wird mit Formel 40 berechnet, und die Konstante $k\phi$ wird mit $U = k\phi n$ ermittelt. Die Drehzahl wird vor der Berechnung mit $\omega = \frac{n}{60} \cdot 2\pi$ in die Winkelgeschwindigkeit konvertiert.

	U_K (Einheit: V)	U_i (Einheit: V)	ω (Einheit: V)	$k\phi$ (Einheit: V)
Motor 13 (R_z:10ohm)	3	1,84	402.0rad/s	0.0046
	4	2.65	603.2rad/s	0.0043
	5	3.46	766.5rad/s	0.0045
Motor 1 (R_z:10ohm)	1,2	0.91	351.9rad/s	0.0026
	1,6	1.26	490.1rad/s	0.0026
	2	1.60	615.8rad/s	0.0026

Tabelle 7 induzierte Spannung und Konstant von Motor Nr.13

Wie in Abbildung 7 dargestellt, erhöht sich mit zunehmender Klemmenspannung auch die Drehzahl der induzierten elektromotorischen Kraft des Motors und die Konstante $k\phi$ ist relativ stabil. Nach der Überprüfung kann die Richtigkeit der Parameterbeziehung $U_i = k\phi\omega$ grundsätzlich festgestellt werden. Da mit der Hebelmethode das dynamische Drehmoment des Motors während des Betriebs nicht gemessen werden kann, ist es nicht möglich, den Motor im stationären Betrieb mit einem mathematischen Modell zu simulieren.

5.2.5 Beziehung zwischen Strom und Drehmoment validieren

Die Motoren Nr. 1 und Nr. 2 werden hier für die Analyse verwendet.

	Spannung U_k (Einheit: V)	Spannung U_z (Einheit: V)	Kraft (Einheit: g)	
			P1(35mm)	P2(20mm)
Motor 1(R_z:10ohm)	2	0,93	0,7	1,6
	3	1,48	1,1	2,3
	4	2,01	1,5	3,1
Motor 2(R_z:10ohm)	2	0,81	1,0	2,0
	3	1,22	1,5	3,0
	4	1,53	2,0	3,5

Tabelle 8 Daten für Motor 1 und Motor 2

Das Drehmoment an den Hebelarmlängen der Motoren Nr. 1 und Nr. 2 bei 35 mm bzw. 20 mm wird bei 2 Volt, 3 Volt und 4 Volt gemessen, wie in Tabelle 9. An diesem Punkt ist zu erkennen, dass mit zunehmendem Strom und Spannung das Drehmoment im gleichen Abstand vom Hebelarm allmählich zunimmt. Der Koeffizient wird gemäß der Formel $M_m = k\phi I$ gefunden.

	P1: Koeffizient $k\phi$	P2: Koeffizient $k\phi$
Motor 1	0,002581	0,003372
	0,002549	0,003045
	0,002559	0,003022
Motor 2	0,004234	0,004839
	0,004217	0,004819
	0,004483	0,004483

Tabelle 9 Koeffizient für Motor1 und Motor 2

Nach der Berechnung stellte sich heraus, dass die bei gleichem Hebelarmabstand gemessenen Koeffizienten relativ nahe beieinander lagen. Es wird vermutet, dass sich bei Veränderung des Hebelarmabstands die Position der Motorwelle verändert hat, was eine Veränderung des Stroms zur Folge hatte. Motor 1 und 2 erneut vermessen und die Ströme jeweils an den entsprechenden Stellen protokollieren.

Die Widerstände Nr. 1 und Nr. 2 wurden erneut gemessen. Die Lüfterblätter wurden bei dieser Messung nicht zerlegt und die Position des Rotors wurde möglichst unverändert belassen.

	P1(35mm)	P2(20mm)
Motor1	0,002509	0,002969
	0,002286	0,002316
	0,002358	0,002221
Motor2	0,005824	0,004977
	0,005657	0,005072
	0,005030	0,004971

Tabelle 10 neu Koeffizient für Motor1 und Motor 2

Wie in Abbildung 10 dargestellt, beginnen sich die Werte anzunähern. Damit ist der Beweis der Formel $M_m = k\phi I$ abgeschlossen.

Zur Simulation mittels eines mathematischen Modells wird zusätzlich der Wert der Induktivität benötigt. Nun wird mit der Berechnung der Induktivität anhand der Informationen aus Abschnitt 4.3 begonnen. Die Simulationsparameter sind alle Parameter des Motors Nr. 13.

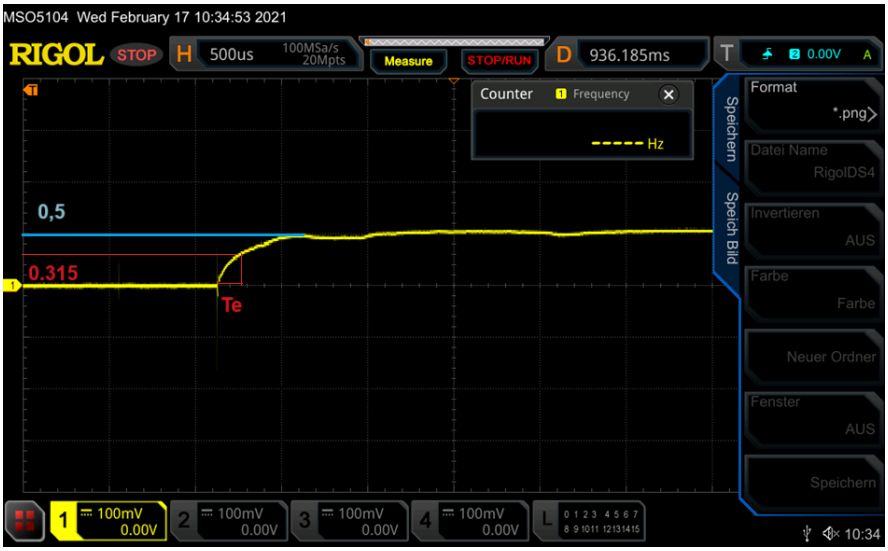


Abbildung 45 Elektrich Konstant

Da der Moment beobachtet werden muss, in dem der Motor eingeschaltet wird, muss der Schaltkreis im Voraus angeschlossen und das Signal im Moment des Einschaltens erfasst werden. Abbildung 50 zeigt das dynamische Signal des Motors Nr. 13, wenn dieser mit 10 Ohm direkt an eine 1,5-V-Spannung angeschlossen ist. Und nach dem Anhalten des Oszilloskops beträgt die vom Multimeter gemessene zusätzliche Widerstandsspannung 0,516 V, d. h. der stabile Strom des blockierten Rotors beträgt 0,0516 A.

Wie aus Abbildung 15 ersichtlich, nimmt die elektrische Zeitkonstante 1,3 kleine Gitter ein. Ein großes Gitter besteht aus fünf kleinen Gittern, und ein großes Gitter ist 500 µs groß, also ist jedes kleine Gitter 100 µs groß. Die Formel $T_e = L/(R_{ges} + R_{zu})$ soll verwendet werden, um die Induktivität zu ermitteln. L ist $1{,}3 \times 100 \times 10^{-6}\ s \times 18{,}48\ ohm \approx 2{,}4 \times 10^{-3}$H.

	Spannung U_k (Einheit: V)	Spannung U_z (Einheit: V)	Kraft (Einheit: g)	
			P1(45mm)	P1(25mm)
Motor 13 (R_z:10ohm)	2	0,99	1,4	1,7
	3,5	1,78	2,1	3,0
	5	2,45	2,9	4,5

Tabelle 11 Drehmoment von Motor 13

In Abbildung 11 betragen die Drehmomente an den beiden Positionen, die der Fünf-Volt-Spannung entsprechen, $1.28 \times 10^{-3} Nm$(45mm) bzw. $1.10 \times 10^{-3} Nm$(25mm).

	Spannung U_k (Einheit: V)	P1: Koeffizient $k\phi$	P2: Koeffizient $k\phi$
		P1(45mm)	P1(25mm)
Motor 13	2	0,00624	0,00420
	3,5	0,00520	0,00413
	5	0,00522	0,00450

Tabelle 12 Koeffizient von Motor 13

```
Uk=5;
Rges=8.48;
Rz=10;
Rs=Rges+Rz;
L=2.4*10^(-3);
kphi=0.0052;
```

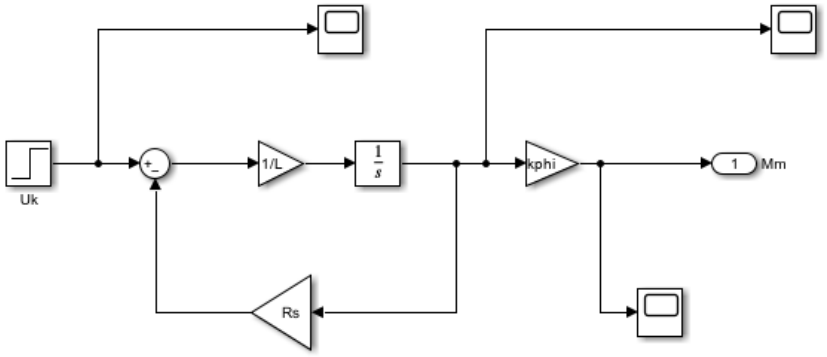


Abbildung 46 Parameter für Motor

Abbildung 47 Modell für blockiert Motor

Da in der Schaltung ein Widerstand in Reihe geschaltet ist, wurde im mathematischen Modell (Abbildung 52) gegenüber dem vorherigen eine kleine Änderung vorgenommen und die bisherige Position von R_{ges} wird nun durch R_s ersetzt. Der Wert von R_s ist die Summe von R_{ges}und R_{zu}.

Berechnet mit Daten für eine 5-Volt-Spannung und eine Armlänge von 45 mm (Abbildung 51). Aus der Simulation in der Abbildung 53 ist ersichtlich, dass, wenn der Motor eine Sekunde lang eingeschaltet wird, das Drehmoment den Maximalwert bei einer sehr schnellen Geschwindigkeit erreicht und der Maximalwert etwa $1.41 \times 10^{-3} Nm$ beträgt.

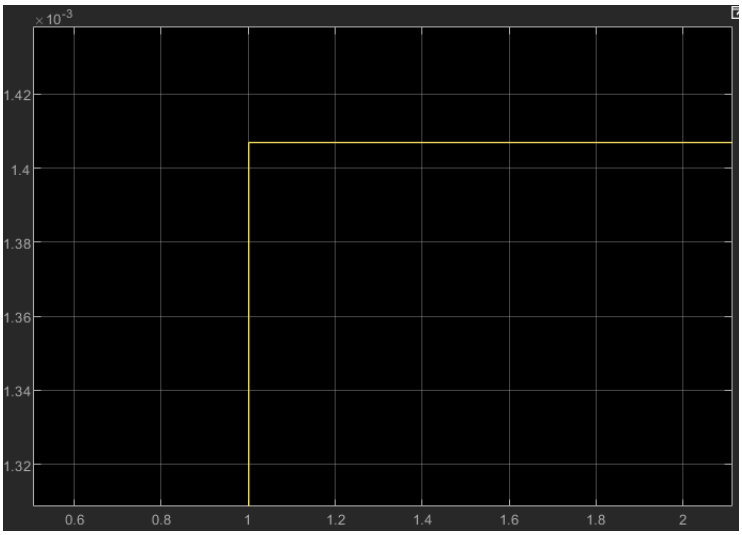


Abbildung 48 Drehmoment bei 5 V mit Armlänge 45 mm

Dieses Mal wird der Koeffizient bei 25 mm in Tabelle 12 in der Simulation verwendet, um Abbildung 53 zu erhalten.

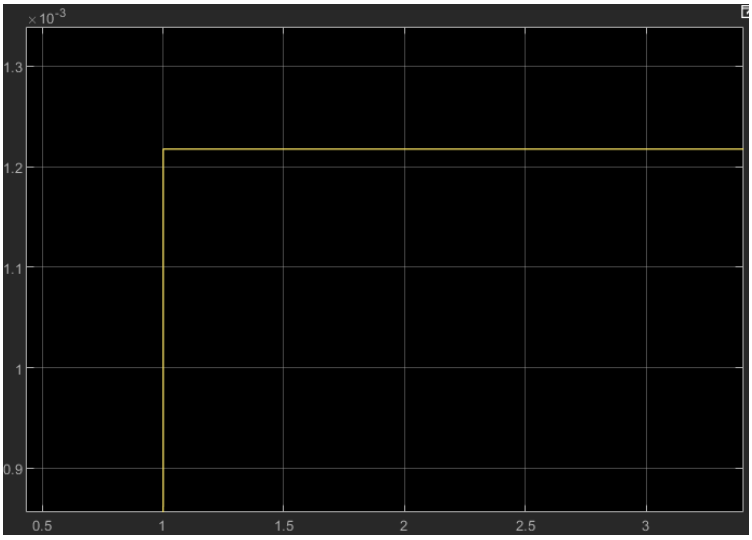


Abbildung 49 Drehmoment bei 5 V mit Armlänge 25 mm

Der Moment aus Abbildung 54 soll berechnet werden, ist das Ergebnis $1.22 \times 10^{-3} Nm$.

Das simulierte Drehmoment liegt mit einem Fehler von etwa 10 % nahe am tatsächlich gemessenen Drehmoment.

5.2.6 Ergänzung

Um das Projekt besser zu beschreiben, werden hier einige zusätzliche Informationen zum Experiment bereitgestellt. Dieser Abschnitt enthält drei Teile: Fehleranalyse, numerische Analyse und Diskussion der Beweismethode.

1. Abweichungsanalyse

Werden die Fehler der Messinstrumente selbst ausgeschlossen – beispielsweise der Fehler eines 10-Ohm-Widerstands von 1 %, die Abweichung eines Federkraftmessers von 0,3 % oder die begrenzte Auflösung eines Multimeters auf eine Dezimalstelle – bleiben nur die Ablesefehler während der Messung. Der erste Fehler tritt bereits bei der Messung des Innenwiderstands des Motors auf.

Die Analyse von 12 Messwerten aus 14 Motoren zeigt folgende Erkenntnisse:

1. Messabweichungen an derselben Position

   Selbst bei wiederholten Messungen an derselben Position treten unterschiedliche Werte auf.

2. Stabilität des Innenwiderstands

   Der Innenwiderstand der meisten Motoren bleibt innerhalb eines kleinen Toleranzbereichs stabil. Bei hochwertigen Motoren liegt der Kontaktwiderstand unter 0,3 Ohm, während Unterschiede innerhalb eines Ohms auftreten.

3. Fehlwerte bei Widerstandsmessungen

   Einzelne Messwerte fallen deutlich zu hoch oder zu niedrig aus. In solchen Fällen ist es nicht sinnvoll, den Mittelwert zur Ermittlung des Widerstandswerts zu verwenden. Stattdessen sollten Ausreißer entfernt werden. Beispielsweise zeigen die Widerstandswerte von Motor Nr. 11 wiederholt starke Abweichungen. Eine Mittelwertbildung würde hier zu erheblichen Fehlern führen.

4. Verschleiß von Bürsten und schlechter Kontakt

   Bei Motoren wie Nr. 6 und Nr. 8 weisen die Messergebnisse darauf hin, dass die Bürsten stark abgenutzt sind, schlecht gewartet wurden und nur einen unzureichenden Kontakt mit dem Kommutator haben.

Fehlerquellen bei den Messungen

- Drehzahlsensor
  Der Drehzahlsensor verwendet Sekunden als kleinste Einheit. Eine höhere Genauigkeit kann erreicht werden, wenn die letzten beiden Dezimalstellen der Sekunde erfasst werden. Dies lässt sich durch eine entsprechende Anpassung der Programmierung verbessern.
- Messung des Stroms im Blockiermodus

Beim Einschalten des Motors ändert sich der Strom im blockierten Zustand drastisch. Um Messfehler zu minimieren, sollte der Wert erst dann abgelesen werden, wenn das Multimeter einen stabilen Wert anzeigt.

- Fehlertoleranz bei der Messung des maximalen Drehmoments
  Dies ist die fehleranfälligste Messung, da der gesamte Vorgang von einer einzelnen Person durchgeführt wird. Das gleichzeitige Wiegen, Ablesen der Werte und Dokumentieren mit einer Federwaage führt zu möglichen Ungenauigkeiten. Zudem muss darauf geachtet werden, dass Messlatte und Maßstab in einer Ebene senkrecht zueinanderstehen. Falls der Motor nicht exakt parallel zum Boden montiert ist, entsteht ein Neigungswinkel zwischen Skala und Stange, was eine Vergrößerung des Messwerts zur Folge hat. Eine Änderung der Rotorposition beeinflusst die Kontaktkraft zwischen Bürste und Kommutator sowie den effektiven Kontaktbereich. Die Messwerte zeigen, dass die berechneten Koeffizienten an fast jeder Position unterschiedlich sind, während sie bei unterschiedlichen Spannungen an derselben Position ähnlich bleiben. Auch der an jeder Position gemessene Strom variiert. Ein weiterer Test ergab, dass die gemessene Kraft in manchen Fällen null beträgt. Es wird vermutet, dass die Bürste genau auf dem Isolationsspalt des Kommutators ruht und dadurch der Stromkreis des Motors unterbrochen wird.

Verbesserung der Induktivitätsmessung

Die Induktivität sollte idealerweise mit professionellen Messgeräten bestimmt werden, da:

1. es mit einem Oszilloskop schwierig ist, das dynamische Signal beim Start exakt zu erfassen.
2. die Bildschirmerfassung aufgrund von Kontaktproblemen der Schalter möglicherweise nicht mit dem tatsächlichen Maximalstrom übereinstimmt.

2. Datenanalyse

Am Beispiel von Motor Nr. 13 sollen die ungefähren Verlaufskurven der induzierten elektromotorischen Kraft, der Winkelgeschwindigkeit, des Drehmoments und des Stroms dargestellt werden.

In Abbildung 55 repräsentiert die vertikale Achse die induzierte Spannung (V) und die horizontale Achse die Drehzahl s^{-1}. Die ursprünglich gemessenen Werte wurden hier zum Vergleich um den Faktor 100 skaliert. In Abbildung 56 zeigt die horizontale Achse den Strom (A) und die vertikale Achse das Drehmoment (mNm).

Die Asymptote der durch Spannung und Drehzahl dargestellten Funktion entspricht der linearen Gleichung y=ax. Im Gegensatz dazu folgt die Asymptote der durch Drehmoment und

Strom gezeichneten Kurve eher der Funktion y=ax+b. Dies deutet darauf hin, dass der mit Spannung und Drehzahl berechnete Koeffizient eine höhere Genauigkeit aufweist. Somit lässt sich die Beziehung zwischen mechanischen und elektrischen Parametern zuverlässiger nachweisen.

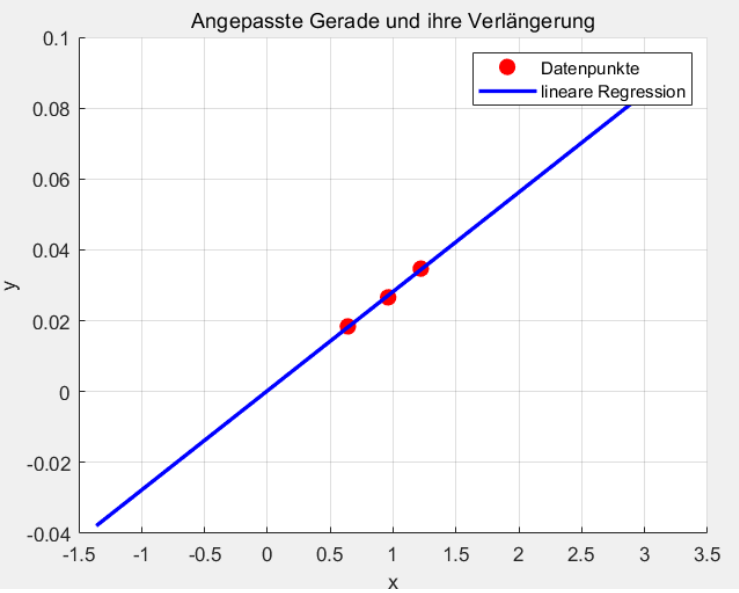


Abbildung 50 Die Asymptote von Sensormethode

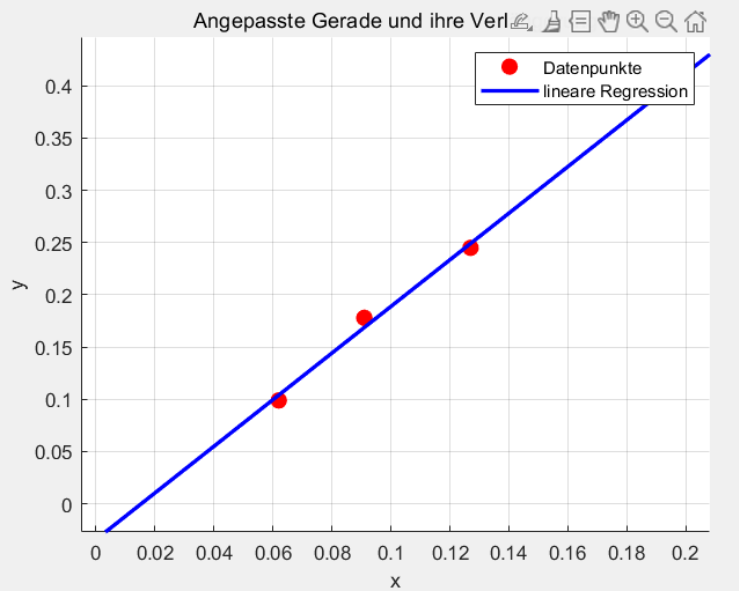


Abbildung 51 Die Asymptote von Hebelmethode

3. Andere Möglichkeit für Validierung

Dieses Projekt untersucht die Beziehung zwischen elektrischen und mechanischen Parametern, indem die induzierte elektromotorische Kraft, die Drehzahl, die Stromstärke und das Drehmoment gemessen werden. Ziel ist die Bestimmung des Schlüsselkoeffizienten $k\phi$ für die Energieumwandlung.

Tatsächlich kann die Beziehung zwischen der induzierten elektromotorischen Kraft und der Drehzahl oder die zwischen Drehmoment und Strom auf Grundlage einer Formeltransformation wechselseitig bewiesen werden. Dabei wird vorausgesetzt, dass die Beziehung zwischen Strom und Drehmoment bekannt ist, um daraus die Verbindung zwischen der induzierten elektromotorischen Kraft und der Winkelgeschwindigkeit herzuleiten.

Ausgehend von der bekannten Beziehung:

$M = k\phi I$

werden die Formeln

$M = \frac{P_e}{\omega}$ und $I = \frac{U_z}{R_z}$

in die Gleichung eingesetzt. Da zudem gilt:

$P_e = IU_i$

folgt durch Einsetzen in die obige Formel:

$\frac{IU_i}{\omega} = k\phi \frac{U_z}{R_z}$

Durch Umformung ergibt sich:

$R_z IU_i = k\phi U_z \omega$

Dividiert man beide Seiten durch R_z, erscheint der Strom auf beiden Seiten der Gleichung. Durch Eliminierung von III erhält man schließlich die Formel für die induzierte elektromotorische Kraft und die Winkelgeschwindigkeit:

$U_i = k\phi\omega$

Umgekehrt kann auch aus der bekannten Beziehung zwischen der induzierten elektromotorischen Kraft und der Drehzahl durch Rückschluss die Verbindung zwischen Drehmoment und Strom hergeleitet werden.

6 Diskussion

Bei diesem Experiment handelt es sich um ein Projekt, das theoretische und praktische Teile kombiniert. Einige im Experiment festgestellte Phänomene werden hier diskutiert und zusammenfasst.

1. Erstens können die Qualitätsprobleme des Motors tatsächlich durch mehrere in vielen verschiedenen Positionen Widerstandsmessungen herausgefunden werden. Je geringer die Schwankungsbreite des Kontaktwiderstandes bei der Herstellung des Motors ist, desto geringer sind die Stromschwankungen im stabilen Betrieb, desto gleichmäßiger ist die Drehzahl und desto geringer ist die Geräuschentwicklung. Beispielsweise weisen die Motoren Nr. 6 und Nr. 8 einen extrem schwankenden Kontaktwiderstand auf, der während des Betriebs enorme Geräusche verursacht und es schwierig macht, einen Dauerbetrieb zu erreichen, wenn die Motoren eingeschaltet sind. Die Spannung bleibt unverändert und die Motordrehzahl schwankt im Leerlauf.

2. Wenn der Motor mit hoher Geschwindigkeit läuft, entstehen elektromagnetische Störungen, die die Funktion der umliegenden Geräte beeinträchtigen. Wenn der Motor mit hoher Geschwindigkeit läuft, kann es vorkommen, dass die Anzeige des Geschwindigkeitssensors verzerrt dargestellt wird. Dieser Zustand tritt nur ein, wenn die Stromzufuhr zum Motor auf ein bestimmtes Niveau erhöht wird. Das heißt, es tritt auf, wenn die Geschwindigkeit ein bestimmtes Niveau erreicht. Zu diesem Zeitpunkt hat der Sensor außer der Stromversorgung keinen Kontakt zu anderen elektrischen Komponenten. Wie in Abschnitt 2.7 erwähnt, können elektrische Funken elektromagnetische Störungen erzeugen. Dies wurde hier verifiziert.

3. Damit die gedruckten Lüfterblätter beim Erstellen eines Modells mit einem 3D-Drucker fest auf die Motorwelle passen, muss der Hohldurchmesser des Lüfterblattmodells 2 mm größer sein als der tatsächliche Durchmesser der Motorwelle. Andernfalls können Welle und Lüfterblätter nicht kombiniert werden, weil sie zu locker sind oder das Loch zu klein ist. Dieses Phänomen hängt mit Druckerfehlern oder der Materialmechanik zusammen und wird hier nicht näher erläutert.

4. Die Bürsten sind im Motor nicht unbedingt im 180 Grad Winkel verteilt. Aus der Analyse in Abschnitt 5.2.1 können wir Folgendes erkennen: Bei einem Motor mit nur einem Bürstenpaar sind die erzeugten Funken gleichmäßig verteilt, wenn die linken und rechten Bürsten des Motors symmetrisch und senkrecht zur Mittellinie der beiden sind, d. h. der Winkel zwischen ihnen beträgt 180 Grad. Die linken und rechten Bürsten treten abwechselnd alle 60 Grad der Motordrehung auf. Wie in Abbildung 57 gezeigt, liegen die beiden Bürsten auf derselben

geraden Linie. In Abbildung 58 ist der Winkel zwischen den beiden Bürsten schräg. Es kann auch durch ein Oszilloskop beobachtet werden, ohne den Motor zu zerlegen.

Abbildung 52 Bürste mit 180 Grad Winkel

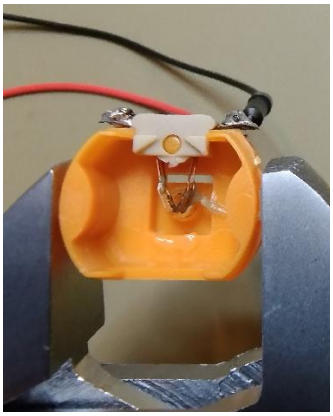


Abbildung 53 Bürste mit 150 Grad Winkel

Wie in Abbildung 59 dargestellt, ist dies das Signal des Motors Nr. 13 mit zwei durch rote und blaue Bereiche markierten Funkenintervallen. Es kann gesehen werden, dass der Abstand zwischen ihnen nicht gleich ist. Der blaue Bereich ist etwas länger als der rote Bereich. Der Winkel kann durch Berechnung des Verhältnisses der roten Fläche zu den roten und blauen Flächen ermittelt werden. Der rote Bereich nimmt etwa 3 kleine Quadrate ein, und die roten und blauen Bereiche nehmen insgesamt 7,2 kleine Quadrate ein. 3 geteilt durch 7,2 multipliziert mit 360 Grad ist der Mindestwinkel zwischen den beiden Bürsten, also 150 Grad.

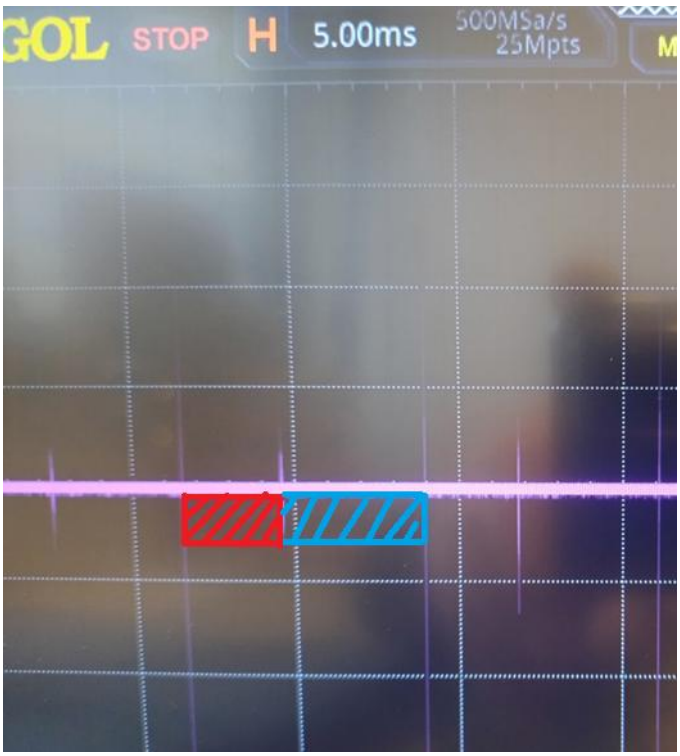


Abbildung 59 Funkenintervall

5. Die Menge der vom Motor umgewandelten mechanischen Energie hängt von der gegenelektromotorischen Kraft des Motors ab. Wenn der Motor im stationären Zustand läuft, befindet sich auch der Parameter U_i in einem stabilen Zustand. Wenn der Motor blockiert ist, ist der Parameter U Null und die gesamte elektrische Energie wird in Wärmeenergie umgewandelt.

6. Je höher der Automatisierungsgrad, desto präziser die Messung. Der Vergleich der beiden Messmethoden zeigt, dass die Methode mit geringerer menschlicher Beteiligung weniger fehleranfällige Einflussfaktoren aufweist. Manuelles Eingreifen erhöht die Wahrscheinlichkeit von Zufallsfehlern und kann die Messgenauigkeit beeinträchtigen.

7. Einige Parameter müssen empirisch bestimmt werden. Beim Versuch, den Motor mithilfe eines mathematischen Modells dynamisch zu simulieren, stellte sich heraus, dass Parameter wie Dämpfung und Widerstandsdrehmoment nicht gemessen werden konnten. Diese beiden Daten sind spezifische Parameter und können nur durch langfristige Versuchsaufzeichnungen desselben Motors gewonnen werden. Nur dann kann eine genauere Simulation durchgeführt werden.

8. Beim Starten des Motors tritt kurzzeitig Hochspannung auf. Bei der Messung der elektrischen Konstante Te auf einem Oszilloskop wurde festgestellt, dass vorne in der Wellenform sich eine kleine Spitze befindet.

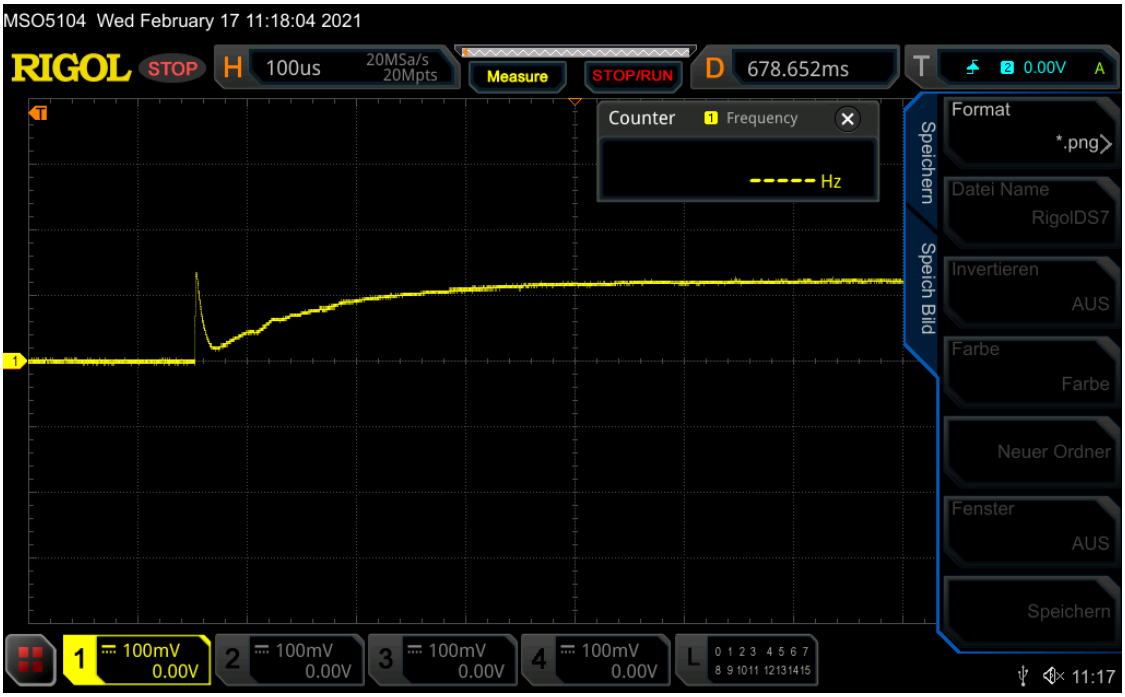


Abbildung 54 Hohe Spannung beim Start

Wie in Abbildung 60 dargestellt, kann die Wellenform in die folgenden drei Phasen unterteilt werden:

i. Kurzzeitiger Spannungsspitze
   Da die Wicklung eine Induktivität besitzt, kann der Strom nicht sofort ansteigen, während die Spannung jedoch sprunghaft ansteigen kann. Daher wird eine kurzfristige hohe Spannung beobachtet.
ii. Spannungsabfall
   Mit dem Anstieg des Stroms erzeugt die Wicklungsinduktivität L eine Selbstinduktionsspannung, die die Stromänderung hemmt, sodass der Strom nur allmählich ansteigt.
iii. Langsamer Spannungsanstieg
   Ab diesem Stadium entspricht die Simulation dem mathematischen Modell. Aufgrund der Zunahme der induzierten Spannung U_i, bis die Spannung sich schließlich stabilisiert.

9. Die Motorkoeffizienten von Motoren des gleichen Modells sind ähnlich. Da es sich bei den Motoren 3, 4, 5 und 7 offenbar um dasselbe Modell handelt, werden sie hier separat analysiert. Wie aus Tabelle 13 hervorgeht, konzentrieren sich die meisten berechneten Koeffizienten auf 0,0011. Es ist auch ersichtlich, dass die bei rotierendem Motor berechneten Koeffizienten im Allgemeinen höher sind als die mit der Hebelmethode gemessenen Koeffizienten.

	Hebel1: Koeffizient $k\phi$	Hebel2: Koeffizient $k\phi$	Sensor: Koeffizient $k\phi$
Motor 3	0,001225	0,001565	0,002976
	0,001167	0,001008	0,002017
	0,001102	0,000857	0,001524
Motor 4	0,001134	0,001120	0,001705
	0,000995	0,001027	0,002573
	0,000931	0,000952	0,002155
Motor 5	0,001102	0,000969	0,001395
	0,001187	0,000879	0,001426
	0,001162	0,000779	0,001347
Motor 7	0,001470	0,001283	0,001283
	0,001118	0,001207	0,001207
	0,001219	0,001146	0,001146

Tabelle 13 Koeffizienten Vergleichung

10. Mit der Hebelmethode lässt sich der genaue $k\phi$ -Wert nicht ermitteln, jedoch ermöglicht sie die Bestimmung der Korrelation zwischen dem elektrischen und dem mechanischen Koeffizienten.

Aus den Daten in der Tabelle im Anhang lassen sich folgende Beobachtungen ableiten:

1. Variabilität der Drehmomentmessung: Beim selben Motor und gleicher Spannung zeigen die an verschiedenen Positionen gemessenen Drehmomente erhebliche Unterschiede. Es kommt nur selten vor, dass zwei Drehmomentwerte exakt

übereinstimmen. Zudem verändert sich der Innenwiderstand des Motors, wenn die Armlänge geändert wird, was zu einer unterschiedlichen Stromstärke führt. Ist die Variation des Kontaktwiderstands gering, bleibt der berechnete $k\phi$ -Wert ähnlich.

2. Einfluss der Position auf die Koeffizientenbestimmung: Wenn nur die Spannung an derselben Position variiert wird, lassen sich relativ konstante Koeffizienten berechnen. Wird die Motorwelle jedoch in eine andere Position gedreht und das Drehmoment ausschließlich durch Änderung der Spannung gemessen, ergibt sich ein abweichender Koeffizient. Daraus folgt, dass die Beziehung zwischen Drehmoment und Strom zwar grundsätzlich der linearen Funktion y=ax entspricht, der genaue Wert von a jedoch nicht bestimmt werden kann.

Im Vergleich zur Hebelmethode zeigen die mit der induzierten elektromotorischen Kraft und der Winkelgeschwindigkeit berechneten Koeffizienten eine höhere numerische Stabilität und geringere Näherungsfehler. Die Motordrehzahl bleibt bei gleichbleibender Spannung weitgehend konstant, wodurch die Messgenauigkeit erhöht wird. Zudem trägt die geringe Schwankung des Kontaktwiderstands zur Zuverlässigkeit dieser Methode bei.

7 Zusammenfassung und Ausblick

Das Hauptziel dieses Projekts ist die Untersuchung der Beziehung zwischen elektrischer und mechanischer Energie in einer Gleichstrommaschine. Dies geschehen durch die Erstellung eines mathematischen Modells sowie die experimentelle Messung einer Permanentmagnet-Gleichstrommaschine. Der Ausgangspunkt ist die Bestimmung von vier zentralen Parametern der Energieumwandlung: Induktionsspannung, Drehzahl, Stromstärke und Drehmoment.

Zunächst werden mithilfe der Regelungstechnik die Differentialgleichungen der Gleichstrommaschine formuliert und von der Zeit- in die Frequenzdomäne transformiert. Anschließend wird in MATLAB ein dynamisches mathematisches Modell der Maschine erstellt. Um die Genauigkeit dieses Modells zu überprüfen, werden Referenzwerte aus Fachliteratur herangezogen.

Für die experimentelle Messung werden geeignete Geräte und Methoden festgelegt. Die Drehzahl wird mithilfe eines Arduino-gestützten Gittersensors erfasst. Zur Messung des Drehmoments wird zunächst eine Marktrecherche zu geeigneten Sensoren durchgeführt. Aufgrund der hohen Kosten dieser Geräte wird nach Rücksprache mit dem Professor entschieden, das Drehmoment mit der Hebelmethode zu bestimmen. Da diese Methode im Blockiermodus des Motors angewendet wird, wird das mathematische Modell um diesen Betriebszustand erweitert.

Im nächsten Schritt beginnen die Herstellung und Beschaffung der Messinstrumente. Mit der Software SolidWorks wird ein 3D-Modell erstellt und eine passende Scheibe für den Gittersensor gedruckt. Ein Programm zur Drehzahlmessung wird entwickelt und der Sensor montiert. Durch einen Hinweis des Professors wird die Genauigkeit des Sensors überprüft, insbesondere hinsichtlich möglicher Störungen durch Funkenbildung während des Motorbetriebs. Die Häufigkeit des Funkenschlags an einer Achse wird durch Demontage des Motors und Literaturrecherche ermittelt. Die erfolgreiche Verifizierung des Sensors ermöglicht es, die gemessenen Drehzahlwerte zur Berechnung des erzeugten Drehmoments zu nutzen. Auf dieser Basis wird der Messbereich der zu beschaffende Federwaage bestimmt. Zudem wird eine verstellbare Hebelstange gedruckt und in das Messsystem integriert.

Während der Messungen wird versucht, möglichst viele Daten zu erfassen. Allerdings treten erhebliche Abweichungen der Drehmomentwerte auf, möglicherweise aufgrund von Eigenschaften des Motors selbst. Die Induktivität kann nicht umfassend gemessen werden, da das entsprechende Signal schwer erfassbar ist. Für die Simulation wird daher nur der verlässlichste Messwert verwendet.

Bei der Auswertung werden stabile von instabilen Messwerten unterschieden, und allgemeine Parameterregeln für Gleichstrommaschinen werden abgeleitet. Die gemessenen Werte fließen in das mathematische Modell ein, um eine Simulation der blockierten Maschine durchzuführen. Eine Asymptotenanalyse in MATLAB dient dem Vergleich der Genauigkeit der angewandten Messmethoden. Zudem wird untersucht, inwieweit sich die Parameter ähnlicher Motoren gleichen. Eine weitere Überlegung ist, die Qualität eines Motors bereits im ausgeschalteten Zustand durch mehrfache Messungen des Innenwiderstands an verschiedenen Positionen grob zu beurteilen.

Zur Verbesserung der Messgenauigkeit werden verschiedene Maßnahmen vorgeschlagen:

1. Erhöhung der Mindestauflösung der Sensoren und Messgeräte.
2. Reduzierung manueller Arbeitsschritte, um Fehler zu minimieren.
3. Optimierung der Pol-Pol-Methode durch Zusammenarbeit mehrerer Personen, wodurch ein Feedback- und Fehlerkorrekturmechanismus entsteht.
4. Empirische Ermittlung einzelner Werte, um die Genauigkeit des mathematischen Modells zu verbessern.

Literaturverzeichnis

[1] Bechtloff, J. (2011). *Messtechnik*. Würzburg: Vogel Buchverlag.

[2] Behrends, P., Boy, H. G., Bruckert, K., Wessels, B., Meyer, T., & Klaas, M. (2021). *Elektrische Steuerungs- und Antriebstechnik*. Würzburg: Vogel Communications Group.

[3] Bernstein, H. (2024). *Messelektronik und Sensoren*. Wiesbaden: Springer Vieweg.

bigrep. (18. 2 2025). Von https://bigrep.com/de/posts/alles-was-sie-ueber-den-3d-druck-wissen-muessen-vergangenheit-gegenwart-und-zukunft/#CommonTypesof3DPrintingTechnologies abgerufen

[4] *Bundesministerium für Wirtschaft und Klimaschutz*. (17. 2 2025). Von https://www.bmwk.de/Redaktion/DE/Artikel/Branchenfokus/Industrie/branchenfokus-elektrotechnik-und-elektronikindustrie.html abgerufen

[5] *Docs*. (20. 2 2025). Von https://docs.arduino.cc/hardware/uno-rev3/ abgerufen

[6] Dörlemann, C. (2023). *Vorlesungsskript Kap3 Modellbildung*. Mülheim.

[7] Haberhauer, H., & Kaczmarek, M. (2014). *Taschenbuch der Antriebstechnik: mit 47 Tabellen*. München: Fachbuchverl. Leipzig im Carl-Hanser-Verl: hrsg. von Horst Haberhauer und Manfred Kaczmarek.

[8] J.Koch, H. u. (1986). *Permanentmagnetisch erregte Gleichstrommotoren*. März: Valvo Unternehmensbereich Bauelemente der Philips GmbH.

[10] Keil, S. (2017). *Dehnungsmessstreifen*. Wiesbaden: Springer Vieweg.

[11] Lansen, J. (1. 2 2025). *Automation*. Von https://www.automation-next.com/antriebstechnik-mechanik/elektrische-antriebstechnik/kleinmotoren-kommt-es-auf-die-groesse-an-108.html abgerufen

[12] Litz, L. (2005). *Grundlagen der Automatisierungstechnik Regelungssysteme - Steuerungssysteme - Hybride Systeme*. München Wien: Oldenbourg Verlag.

[13] Lunze, J. (2016). *Regelungstechnik 1*. Berlin: SpringerVieweg.

[14] *rs*. (16. 2 2025). Von https://de.rs-online.com/web/content/discovery-portal/produktratgeber/dc-motoren-leitfaden abgerufen

[15] Statistisches Bundesamt, W., & Zentralverband Elektrotechnik- und Elektronikindustrie (ZVEI) e.V., F. a. (17. 2 2025). *Bundesministrium*. Von https://www.bmwk.de/Redaktion/DE/Artikel/Branchenfokus/Industrie/branchenfokus-elektrotechnik-und-elektronikindustrie.html abgerufen

[16] *Studyflix*. (16. 2 2025). Von https://studyflix.de/elektrotechnik/gleichstrommotor-1368 abgerufen

[17] Thomas Schmertosch, M. K. (2018). *Automatisierung 4.0: Objektorientierte Entwicklung modularer Maschinien für digitale Produktion*. München: Carl Hanser Verlag.

[18] Ulrich, B. (19. 2 2025). *youtube*. Von https://www.youtube.com/watch?v=5zTC8V7PoYg&t=979s&ab_channel=BurkhardUlrich abgerufen

[19] Vinaricky, E. (2016). *Elektrische Kontakte, Werkstoffe und Anwendungen: Grundlagen, Technologien, Prüfverfahren*. Berlin: Springer.

[20] *Wikipedia*. (18. 2 2025). Von https://de.wikipedia.org/wiki/Fotowiderstand abgerufen

[21] *WIKIPEDIA*. (16. 2 2025). Von https://de.wikipedia.org/wiki/Gleichstrommaschine abgerufen

[22] *WIKIPEDIA*. (24. 2 2025). Von https://de.wikipedia.org/wiki/Mathematisches_Modell abgerufen

[23] *WOTECH*. (17. 2 2025). Von https://www.wotech-technical-media.de/womag/ausgabe/2015/10/04_theobald_kupfer_07j2015/04_theobald_kupfer_07j2015.php abgerufen

[24] *YouTube*. (16. 2 2025). Von https://www.youtube.com/watch?v=1AaUK6pT_cE&ab_channel=TheEngineeringMindset abgerufen

Abbildungsverzeichnis

ABBILDUNG 1 GLEICHSTROMMOTOR (YOUTUBE, 2025) 4
ABBILDUNG 2 ERSATZSCHALTBILD DES MOTORS FÜR ELEKTRISCH TEIL 6
ABBILDUNG 3 ERSATZSCHALTBILD DES MOTORS FÜR MECHANISCH TEIL 6
ABBILDUNG 4 FLUSS VERLAUF IN GLEICHSTROMMOREN (J.KOCH, 1986) 8
ABBILDUNG 5 SCHEMATISCHE DARSTELLUNG DER KONTAKTFLÄCHE UND PRINZIP DER KONTAKTWIDERSTANDS-MESSUNG (WOTECH, 2025) 11
ABBILDUNG 6 SCHALTKONTAKT (BEHRENDS, ET AL., 2021) 13
ABBILDUNG 7 ECKDATEN DER DEUTSCHEN ELEKTROTECHNIK- UND ELEKTRONIKINDUSTRIE (STATISTISCHES BUNDESAMT & ZENTRALVERBAND ELEKTROTECHNIK- UND ELEKTRONIKINDUSTRIE (ZVEI) E.V., 2025) 14
ABBILDUNG 8 PHOTOWIDERSTAND 15
ABBILDUNG 9 AUFBAU VON TRANSMISSIV (BERNSTEIN, 2024) 16
ABBILDUNG 10 SCHEIBE MIT SCHWARZEN KLEBEBAND 17
ABBILDUNG 11 LICHTSCHRANK 17
ABBILDUNG 12 DREHMOMENTNABE (BECHTLOFF, 2011) 18
ABBILDUNG 13 DREHMOMENTSENSOR 21
ABBILDUNG 14 HEBELMETHODE 21
ABBILDUNG 15 3D DRUCKER IM LABOR 22
ABBILDUNG 16 STANDARDREGELKREIS ALS SYSTEM MIT EINGANG W UND AUSGANG Y (LITZ, 2005) 23
ABBILDUNG 17 BLOCKSCHALTBILD FÜR MOTOR 24
ABBILDUNG 18 ERSATZSCHALTBILD DER PM-DC ALS NETZWERK 26
ABBILDUNG 19 DYNAMISCH MODELL 27
ABBILDUNG 20 DYNAMISCH PARAMETER 27
ABBILDUNG 21 EINGANGSGRÖßE 28
ABBILDUNG 22 STROM 28
ABBILDUNG 23 AUSGANGSGRÖßE 29
ABBILDUNG 24 ELEKTROMECHANISCH KONSTANT 31
ABBILDUNG 25 MODELL FÜR BLOCKIERT MOTOR 32
ABBILDUNG 26 KLEINMOTOREN 34
ABBILDUNG 27 ARDUINO UND DISPLAY 35
ABBILDUNG 28 SCHALTUNG FÜR DISPLAY 35
ABBILDUNG 29 FEDERWAAGE 36
ABBILDUNG 30 OSZILLOSKOP 37
ABBILDUNG 31 MULTIMETER 37
ABBILDUNG 32 NETZQUELLE 37

ABBILDUNG 33 WIDERSTANDEN, SCHEIBEN UND STANGE 37
ABBILDUNG 34 KOMMUTATOR IM STILLSTAND 38
ABBILDUNG 35 KOMMUTATOR SCHRITT 1 38
ABBILDUNG 36 KOMMUTATOR SCHRITT 2 39
ABBILDUNG 37 KOMMUTATOR SCHRITT 3 39
ABBILDUNG 38 KOMMUTATOR SCHRITT 4 39
ABBILDUNG 39 KOMMUTATOR SCHRITT 5 39
ABBILDUNG 40 KOMMUTATOR SCHRITT 6 39
ABBILDUNG 41 ABSCHNITT MOTOR ZUM SENSOR 40
ABBILDUNG 42 FUNK IM MOTOR 40
ABBILDUNG 43 SIGNAL VON SENSOR UND MOTOR 41
ABBILDUNG 44 ABSCHNITT SENSOR ZUM DISPLAY 41
ABBILDUNG 45 SIGNAL VON SENSOR 42
ABBILDUNG 46 DISPLAY 42
ABBILDUNG 47 WIDERSTAND VON WICKLUNG 43
ABBILDUNG 48 WIDERSTAND VON BÜRSTEN 43
ABBILDUNG 49 MESSUNG MIT SCHEIBE 43
ABBILDUNG 50 ELEKTRICH KONSTANT 47
ABBILDUNG 51 PARAMETER FÜR MOTOR 48
ABBILDUNG 52 MODELL FÜR BLOCKIERT MOTOR 48
ABBILDUNG 53 DREHMOMENT BEI 5 V MIT ARMLÄNGE 45 MM 49
ABBILDUNG 54 DREHMOMENT BEI 5 V MIT ARMLÄNGE 25 MM 49
ABBILDUNG 55 DIE ASYMPTOTE VON SENSORMETHODE 52
ABBILDUNG 56 DIE ASYMPTOTE VON HEBELMETHODE 52
ABBILDUNG 57 BÜRSTE MIT 180 GRAD WINKEL 55
ABBILDUNG 58 BÜRSTE MIT 150 GRAD WINKEL 55
ABBILDUNG 59 FUNKENINTERVALL 55
ABBILDUNG 60 HOHE SPANNUNG BEIM START 56

Tabelle Verzeichnis

TABELLE 1 ANALYSE FÜR DIGITAL UND ANALOG SIGNAL 17
TABELLE 2 ABWÄGUNG VON HEBELMETHODE UND DREHMOMENTSENSOR 20
TABELLE 3 MECHANISCH ZU ELEKTRISCH 26
TABELLE 4 ANKERWIDERSTAND FÜR MOTOR NR.13 44
TABELLE 5 ANKERWIDERSTAND FÜR MOTOR NR.8 44
TABELLE 6 SPANNUNG UND DREHZAHL VON MOTOR NR.13 45
TABELLE 7 INDUZIERTE SPANNUNG UND KONSTANT VON MOTOR NR.13 45
TABELLE 8 DATEN FÜR MOTOR 1 UND MOTOR 2 46
TABELLE 9 KOEFFIZIENT FÜR MOTOR1 UND MOTOR 2 46
TABELLE 10 NEU KOEFFIZIENT FÜR MOTOR1 UND MOTOR 2 47
TABELLE 11 DREHMOMENT VON MOTOR 13 48
TABELLE 12 KOEFFIZIENT VON MOTOR 13 48
TABELLE 13 KOEFFIZIENTEN VERGLEICHUNG 57
TABELLE 14 ANKERWIDERSTAND $Rges$ 71
TABELLE 15 DREHMOMENTMESSDATEN TEIL1 71
TABELLE 16 DREHMOMENTMESSDATEN TEIL2 72
TABELLE 17 KOEFFIZIENT VON HEBELMETHODE 73

Verzeichnis der Formelzeichen

Formelzeichen	Einheit	Bedeutung
F	N	Kraft
I	A	Strom
B	T	magnetische Flussdichte
l	m	Länge
P_e	W	elektrische Leistung
U_K	V	Klemmenspannung
η_e		Effizienz
P_m	W	Mechanische Leistung
P_e	W	Elektrische Leistung
R_{ges}	Ω	gesamt Widerstand
R_A	Ω	Ankerwiderstand
R_K	Ω	Kontaktwiderstand
R_B	Ω	Bürstenwiderstand
U_L	V	Induktivität Spannung
U_i	V	induziert Spannung
L	H	Spule/Induktivität
M_m	Nm	Mechanisch Drehmoment
ω	Rad/s	Winkelgeschwindigkeit
J_{ges}	$kg \cdot m^2$	gesamt Trägheitsmoment
M_w	Nm	Widerstandsdrehmoment
M_R	Nm	Reibungsdrehmoment
k		Motorkonstante
p		Polpaarzahl
$2a$		Anzahl der Bürsten
z		Anzahl der Ankerdrähte
n	s^{-1}	Drehzahl
A	m^2	Querschnitt Fläche
ϕ	Wb	magnetischer Fluss
μ	$m \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-2}$	Permeabilität
N		Windungszahl
$y(s)$		Ausgangsgröße in Frequenzbereich
$w(s)$		Eingangsgröße in Frequenzbereich
$G(s)$		Übertragungsfunktion
T_e		elektrisch Konstant
T_m		elektromechanisch Konstant
D		Dämpfungsgrad
ω_0		Eigenfrequenz
U_z	V	Spannung von zusätzlichem Widerstand
R_z	Ω	zusätzlich Widerstand

Anhang

Programm von Drehzahl (Arduino)

```
#include <LiquidCrystal.h>
//Bibliothek importieren

volatile int count = 0;
unsigned long lastTime = 0;
float rpm = 0;
//Anfängliche Parametereinstellung
const int rs = 12, en = 11, d4 = 5, d5 = 4, d6 = 3, d7 = 6;
//Die entsprechende Schnittstelle des Displays wird eingestellt
LiquidCrystal lcd(rs, en, d4, d5, d6, d7);

void setup() {

 lcd.begin(16, 2);
 //Anzahl der Spalten und Zeilen des LCDs festlegen
 lcd.print("Drehzahl(U/min)");
 //Einstellen des Anzeigeinhalts
 Serial.begin(9600);
 //Startet die serielle Kommunikation
 pinMode(2, INPUT);
 attachInterrupt(digitalPinToInterrupt(2), countPulse, RISING);
 //Trigger für steigende Flankensignale

}
```

```
void loop() {
   unsigned long currentTime = millis()
   //Timer startet
 if (currentTime - lastTime >= 1000) {
   detachInterrupt(digitalPinToInterrupt(2));
   //Interrupt kurz ausschalten
   rpm = (count / 1.0)*60;
   //Drehzahl berechnen
   Serial.print("RPM: ");
   Serial.println(rpm);
   count = 0;
   //Zähler zurückgesetzt
   lastTime = currentTime;
   attachInterrupt(digitalPinToInterrupt(2), countPulse, RISING);
   //Interrupt wieder aktivieren
 }


 lcd.setCursor(0, 1);
 //Druckt die Anzahl der Sekunden seit dem Zurücksetzen
 lcd.print(rpm);
}
void countPulse() {
 count++;  //Zähler um 1 erhöhen bei jedem Impuls
}
```

Programm für Asymptote (MATLAB)

```
% 3 bekannt Punkte
x = [0.64, 0.96, 1.22];
y = [0.0184, 0.0266, 0.0347];

% Berechnung für die Anpassungslinie
p = polyfit(x, y, 1);

% Punkte auf einer Linie berechnen
x_fit = linspace(min(x)-2, max(x)+2, 100);
y_fit = polyval(p, x_fit);

% Zeichnung
figure;
hold on;
% Plotten der ursprünglichen Datenpunkte
plot(x, y, 'ro', 'MarkerSize', 8, 'MarkerFaceColor', 'r');
% Zeichnen einer Anpassungslinie
plot(x_fit, y_fit, 'b-', 'LineWidth', 2);
xlabel('x');
ylabel('y');
title('Angepasste Gerade und ihre Verlängerung');
legend('Datenpunkte', 'lineare Regression');
grid on;
hold off;
```

Messdaten

Position / Motor		0°	90°	180°	270°
		(Einheit: Ohm)			
1	1.Versuch	6,6	6,5	6,7	6,6
	2.Versuch	6,7	6,5	6,6	6,8
	3.Versuch	6,5	6,5	6,5	6,7
2	1.Versuch	11,3	11,2	11,1	11,2
	2.Versuch	11,2	11,1	11,3	11,2
	3.Versuch	11,2	11,2	11,2	11,3
3	1.Versuch	1,3	1,3	0,8	1,2
	2.Versuch	1,5	1,0	0,7	1,3
	3.Versuch	1,1	1,0	0,8	1,1
4	1.Versuch	1,1	1,5	1,1	1,0
	2.Versuch	1,3	1,2	0,9	1,3
	3.Versuch	1,1	1,1	1,1	0,8
5	1.Versuch	1,1	1,3	1,3	1,4
	2.Versuch	1,4	1,2	1,0	1,4
	3.Versuch	1,3	1,1	1,2	1,2
6	1.Versuch	14,7	6	3,4	44,2
	2.Versuch	13	3,1	1,1	4,1
	3.Versuch	32,6	3,4	0,7	3,4
7	1.Versuch	0,7	1,2	0,7	1,4
	2.Versuch	0,8	0,8	1,1	1,2
	3.Versuch	1,3	1,0	0,7	1,1
8	1.Versuch	2,0	16,5	284	7
	2.Versuch	1,4	22,6	0,6	23
	3.Versuch	1,0	21	463	62
9	1.Versuch	1,1	1,4	1,2	1,5
	2.Versuch	1,3	1,3	1,2	1,3
	3.Versuch	1,0	1,2	1,2	1,1
10	1.Versuch	34,3	34,2	34,4	34,5
	2.Versuch	34,4	34,4	34,6	34,7
	3.Versuch	34,4	34,4	34,6	34,7
11	1.Versuch	4,4	3,3	6,3	3,0
	2.Versuch	2,3	3,4	2,3	2,6
	3.Versuch	2,2	2,3	2,8	2,3
12	1.Versuch	1,2	1,3	1,5	1,1
	2.Versuch	1,4	1,7	1,3	1,7
	3.Versuch	1,3	1,3	1,2	1,2
13	1.Versuch	8,7	8,4	8,3	8,2
	2.Versuch	8,2	8,6	8,7	8,3
	3.Versuch	8,2	8,3	8,0	8,4
14	1.Versuch	1,2	1,3	1,5	1,1

	2.Versuch	1,4	1,7	1,3	1,7
	3.Versuch	1,3	1,3	1,2	1,2

Tabelle 14 Ankerwiderstand R_{ges}

	Spannung U_k(Einheit: V)	Spannung U_z(Einheit: V)	Kraft (Einheit: g)	
			P1(35mm)	P2(20mm)
Motor 1(R_z:10ohm)	2	0,93	0,7	1,6
	3	1,48	1,1	2,3
	4	2,01	1,5	3,1
Motor 2(R_z:10ohm)	2	0,81	1,0	2,0
	3	1,22	1,5	3,0
	4	1,53	2,0	3,5
Motor 14(R_z:1ohm)	2,5	2,04	0,9	2,0
	3,5	2,78	1,6	2,1
	4,5	3,62	1,6	3,3

Tabelle 15 Drehmomentmessdaten Teil1

	Spannung U_k(Einheit: V)	Spannung U_z(Einheit: V)	Kraft (Einheit: g)	
			P1(45mm)	P2(25mm)
Motor 3 (R_z:1ohm)	2	0,36	1,0	2,3
	3	0,68	1,8	2,8
	4	1,00	2,5	3,5
Motor 4 (R_z:1ohm)	2	0,35	0,9	1,6
	3	0,62	1,4	2,6
	4	0,90	1,9	3,5
Motor 5(R_z:1ohm)	2	0,48	1,2	1.9
	3	0,78	2,1	2,8
	4	1,10	2,9	3,5
Motor 6(R_z:1ohm)	2	0,58	2,5	4,2
	2,5	0,80	6,7	5,0
	3	1,01	7,6	7,0
Motor 7(R_z:1ohm)	2	0,42	1,4	2,2
	3	0,71	1,8	3,5
	4	0,94	2,6	4,4
Motor 8(R_z:1ohm)	1	0,99	1,5	7,0
	1,5	0,25	3,2	6,5
	2	0,50	5,5	8,5
Motor 9(R_z:1ohm)	2	0,43	1,3	2.2
	3	0,75	2,0	3,8
	4	1,02	2,8	4,6
Motor 10(R_z:10ohm)	1	0,20	2,0	3,5
	1,5	0,31	2,7	5,0
	2	0,43	3,8	6,0
Motor 11(R_z:1ohm)	2	0,32	1,8	3,8

	3	0,44	2,6	6,0
	4	0,67	3,6	7,9
Motor 12(R_z:1ohm)	1,2	0,31	1,2	5,0
	1,6	0,36	2,0	6,0
	2	0,46	2,8	7,5
Motor 13 (R_z:10ohm)	2	0,99	1,4	1,7
	3,5	1,78	2,1	3,0
	5	2,45	2,9	4,5

Tabelle 16 Drehmomentmessdaten Teil2

	P1: Koeffizient $k\phi$	P2: Koeffizient $k\phi$
Motor 1	0,002581	0,003372
	0,002549	0,003045
	0,002559	0,003022
Motor 2	0,004234	0,004839
	0,004217	0,004819
	0,004483	0,004483
Motor 3	0,001225	0,001565
	0,001167	0,001008
	0,001102	0,000857
Motor 4	0,001134	0,001120
	0,000995	0,001027
	0,000931	0,000952
Motor 5	0,001102	0,000969
	0,001187	0,000879
	0,001162	0,000779
Motor 6	0,001900	0,001774
	0,003318	0,001698
	0,003693	0,001531
Motor 7	0,001470	0,001283
	0,001118	0,001207
	0,001219	0,001146
Motor 8	0,004851	0,004165
	0,005644	0,006370
	0,000668	0,001732
Motor 9	0,001333	0,001253
	0,001176	0,001241
	0,001210	0,001105
Motor 10	0,004410	0,004287
	0,003840	0,003951
	0,003897	0,003418
Motor 11	0,002480	0,002909
	0,002605	0,003340
	0,002369	0,002888
Motor 12	0,002684	0,003994
	0,002450	0,004083
	0,001707	0,003951
Motor 13	0,006236	0,004207
	0,005202	0,004129
	0,005220	0,004500
Motor 14	0,000151	0,000178
	0,000197	0,000148
	0,000151	0,000192

Tabelle 17 Koeffizient von Hebelmethode

	Spannung U_k (Einheit: V)	Spannung U_z (Einheit: mV)	Drehzahl n (Einheit: U/min)
Motor 1 (R_z:10ohm)	1,2	172	3360
	1,6	202	4680
	2	236	5880
Motor 2 (R_z:10ohm)	2	196	3600
	2,4	215	4380
	2,8	236	5220
Motor 3 (R_z:1ohm)	1,2	243	2220
	1,6	311	4500
	2V	375	7620
Motor 4 (R_z:1ohm)	1,6	289	3660
	2	336	5700
	2,2	380	7800
Motor 5 (R_z:1ohm)	1,2	293	3720
	1,6	350	5460
	2	398	7860
Motor 6 (R_z:1ohm)	1,4	243	3900
	1,8	248	6000
	2,2	263	7500
Motor 7 (R_z:1ohm)	1,2	326	3120
	1,6	393	5760
	2	458	7920
Motor 8 (R_z:1ohm)	1,2	380	2340
	1,6	400	3780
	2,0	426	5820
Motor 9 (R_z:1ohm)	1,2	192	4440
	1,6	241	6360
	2,0	280	7500
Motor 10 (R_z:10ohm)	20	412	5520
	22	550	6060
	24	722	6600
Motor 11 (R_z:1ohm)	2	611	4560
	2,2	701	5160
	2,4	752	5820
Motor 12 (R_z:1ohm)	1,2	137	2220
	1,6	146	3240
	2	157	4260
Motor 13 (R_z:10ohm)	3	630	3840
	4	730	5760
	5	835	7320
Motor 14 (R_z:10ohm)	2	1233	5700
	2,5	1466	7980
	3	1763	9480

Tabelle 18 Drehzahlmessdaten

	U_K (Einheit: V)	U_i (Einheit: V)	ω (Einheit: Rad/s)	$k\phi$
Motor 1 (R_z:10ohm)	1,2	0,91	352	0,002600
	1,6	1,26	490	0,002581
	2	1,60	615	0,002613
Motor 2 (R_z:10ohm)	2	1,58	377	0,004204
	2,4	1,94	458	0,004240
	2,8	2,30	546	0,004208
Motor 3 (R_z:1ohm)	1,2	0,69	232	0,002976
	1,6	0,95	471	0,002017
	2	1,21	798	0,001524
Motor 4 (R_z:1ohm)	2,2	1,39	816	0,001705
	1,6	0,98	383	0,002573
	2	1,29	596	0,002155
Motor 5 (R_z:1ohm)	1,2	0,54	389	0,001395
	1,6	0,82	571	0,001426
	2	1,11	823	0,001347
Motor 6 (R_z:1ohm)	1,4	-1,46	408	-0,003599
	1,8	-1,13	628	-0,001796
	2,2	-0,90	785	-0,001153
Motor 7 (R_z:1ohm)	1,2	0,55	327	0,001678
	1,6	0,81	603	0,001350
	2	1,08	89	0,001307
Motor 8 (R_z:1ohm)	1,2	-27,81	245	-0,113546
	1,6	-28,93	396	-0,073137
	2,0	-30,52	609	-0,050103
Motor 9 (R_z:1ohm)	1,2	0,77	465	0,001659
	1,6	1,06	666	0,001595
	2,0	1,37	785	0,001751
Motor 10 (R_z:10ohm)	20	18,17	578	0,031446
	22	19,55	634	0,030829
	24	20,79	691	0,030094
Motor 11 (R_z:1ohm)	2	1,75	477	0,003666
	2,2	1,91	540	0,003542
	2,4	2,09	609	0,003435
Motor 12 (R_z:1ohm)	1,2	0,88	232	0,003778
	1,6	1,25	339	0,003706
	2	1,63	446	0,003658
Motor 13 (R_z:10ohm)	3	1,84	402	0,004586
	4	2,66	603	0,004411
	5	3,46	766	0,004525
Motor 14 (R_z:10ohm)	2	1,999	597	0,003350
	2,5	2,498	835	0,002991
	3	2,997	992	0,003021

Tabelle 19 Koeffizient von Drehzahlsensor